HERALD OF THE ODESSA NATIONAL MARITIME UNIVERSITY № 1 (68), 2023

УДК 629.5.015.17:621.3.092.5 DOI 10.47049/2226-1893-2023-1-27-52

# ЗАДАЧА ПРО СТІЙКИЙ РУХ ЕКРАНОПЛАНУ ПРИ СТАЦІОНАРНОМУ ПОЗДОВЖНЬОМУ ПЕРЕМІЩЕННІ НА ВИСОТІ Н І МАЛИХ ОБУРЕННЯХ ПО КУТАХ ТАНГАЖУ, КРЕНУ ТА ВИСОТІ ПОЛЬОТУ

**Д.Р. Качур** аспірант кафедри кафедри керування судном ORCID: 0000-0003-4303-3067 e-mail: kachur9598@gmail.com

**В.В. Голіков** д.т.н., професор кафедри керування судном ORCID: **0000-0003-1591-3016** 

Національний університет «Одеська морська академія», Одеса, Україна

#### М.Б. Косой

к.т.н., доц. кафедри механіки, автоматизації та інформаційних технологій e-mail: michail@onu.edu.ua

Одеський національний університет ім. І.І. Мечникова, Одеса, Україна

**Анотація.** У статті розглянуто задачу про прямолінійний рух екраноплану, стійкий до малих збурень повітряного потоку, обумовлених збуреннями водяної поверхні.

Розглянуто якісну картину взаємовпливу водної поверхні та корпусу, що призводить до появи кутів крену, нишпорення та тангажу, а також умови для компенсуючих сил і моментів, що повертають корпус у пряме положення.

На основі цього якісного аналізу сформульовано кількісні критерії стійкості прямолінійного руху екраноплану. Також для цілей лінеаризації задачі побудована вихрова модель несучих поверхонь та профілів керма апарата.

Запропонована модель дозволяє представити вектор швидкості екраноплана лінійною функцією малих кутів крену, нишпорення та тангажу, а, отже, представити лінійними функціями цих кутів аеродинамічні сили та їх точки застосування на корпусі. Таке уявлення дозволило знайти зазначені вище критерії сталого руху у вигляді алгебраїчних нерівностей.

**Ключові слова:** стійкий рух екраноплану, стаціонарні поздовжні переміщення, малі обурення, крен, тангаж, висота польоту.

© Качур Д.Р., Голіков В.В., Косой М.Б., 2023

#### UDC 629.5.015.17:621.3.092.5 DOI 10.47049/2226-1893-2023-1-27-52

## THE PROBLEM OF STEADY MOTION OF A GROUND EFFECT VESSEL UNDER STATIONARY LONGITUDINAL MOTION AT ALTITUDE H AND SMALL PERTURBATIONS IN PITCH, ROLL AND FLIGHT ALTITUDE

D. Kachur

Postgraduate student, Ship control department ORCID: 0000-0003-4303-3067 e-mail: kachur9598@gmail.com

V. Golikov

Dr. of science, Professor, Ship handling department ORCID: 0000-0003-1591-3016 e-mail:

National University «Odessa maritime academy», Odessa, Ukraine

### M. Kosoy

Phd., Assosiate professor, Department of Mechanics, Automation and Information Technologies e-mail: michail@onu.edu.ua

Odessa National university named after Ilya Mechnikov, Odessa, Ukraine

**Abstract.** The paper deals with the problem of rectilinear motion of a ground effect vehicle, which is stable to small perturbations of the air flow caused by water surface disturbances.

The qualitative picture of the interaction between the water surface and the hull, which leads to the appearance of roll, pitch, and pitch angles, as well as the conditions for compensating forces and moments that return the hull to a straight position, are considered. Based on this qualitative analysis, quantitative criteria for the stability of the straight-line motion of the screenplane were formulated.

Also, for the purpose of linearizing the problem, a vortex model of the bearing surfaces and rudder profiles of the vehicle was constructed. The proposed model makes it possible to represent the velocity vector of the airframe as a linear function of small roll, pitch, and pitch angles, and, therefore, to represent aerodynamic forces and their points of application on the hull as linear functions of these angles. This representation made it possible to find the above criteria for stable motion in the form of algebraic inequalities.

*Keywords:* steady motion of the ground effect vessel, stationary longitudinal motions, small disturbances, roll, pitch, flight altitude.

При русі екраноплана у безпосередній близькості від водної поверхні, наряду із збільшенням несучих властивостей крила, виникають ефекти, викликані впливом обуреної поверхні повітряну середу і, як наслідок, режим польоту. Дає взнаки цей вплив у змінах аеродинамічних характеристик. Тому для спроектованих апаратів з відомою геометрією необхідно виконувати перевірочні розрахунки стійкості руху у зазначених умовах. У статті розглянуто завдання про стійкість горизонтального руху екраноплану при малих збуреннях з боку водної поверхні, що дозволить залишатися в рамках лінійної теорії руху апарату, та лінійної теорії збурень середовища. Загалом, це дві поєднані задачі із параметрами, що взаємно впливають один на одного, і найповніше рішення, наскільки це можливо, можна дати лише в результаті чисельного експерименту, або імітаційного моделювання динамічної системи «ЕКРАНОПЛАН – ПОВІТРЯНЕ СЕРЕДОВИЩЕ – РУХОМА ГРАНИЦЯ». Кількісний результат такого моделювання дозволить кожному конкретному апарату оцінити його поведінку на тимчасових інтервалах розрахунку. Однак важливіше отримати якісний аналіз роботи системи із заданою геометрією та характером збурень для оцінки тенденцій поведінки екраноплану.

Теоретично стійкості польотів зазвичай поділяють на статичну і динамічну. Завдання про статичну стійкість літального апарату зводиться до аналізу умов виникнення сил та моментів на корпусі, що перешкоджають наростанню неузгодженості між обуреними та опорними характеристиками руху. Дослідження динамічної стійкості зводиться до аналізу процесу приведення обурених параметрів руху до опорних. Завдання про динамічну стійкість немає сенсу ставити без позитивної відповіді про статичну стійкість руху. Рішення про статичну стійкість вимагає розв'язання задачі про розподіл сил і моментів на корпусі літального апарату і є загалом аеродинамічною задачею, яка описується частиною зазначеної динамічної системи, а саме «ЕКРАНОПЛАН – ПОВІТРЯНЕ СЕРЕДОВИЩЕ». Для вирішення задачі про динамічної системи «ЕКРАНОПЛАН – ПОВІТРЯНЕ СЕРЕДОВИЩЕ». Для вирішення омоделі динамічної системи «ЕКРАНОПЛАН – ПОВІТРЯНЕ СЕРЕДОВИЩЕ – РУХОМА ГРАНИЦЯ». У роботі наведено таку математичну модель цієї системи і спосіб інтеграції цих компонентів для аналізу стійкості руху екраноплану.

Система рівнянь руху екраноплана. Розглядаємо супутню систему координат  $O\xi\eta\varsigma$  і систему, пов'язану жорстко з екранопланом Oxyz. Матриця перерахунку координат  $(\xi, \eta, \varsigma)$  в (x, y, z) при малих кутах має вигляд

$$A_{\xi}^{x} = \begin{vmatrix} 1 & \varphi_{z}(t) & -\varphi_{y}(t) \\ -\varphi_{z}(t) & 1 & \varphi_{x}(t) \\ \varphi_{y}(t) & -\varphi_{x}(t) & 1 \end{vmatrix}$$
(1)

Досліджується горизонтальний рух екраноплану над водною поверхнею на висоті h з поступовою швидкістю паралельно площині води. Обурення потоку, обумовлені рухом водної поверхні, викликають зміни аеродинамічних сил, що діють на екраноплан, що позначається на кінематичних характеристиках руху апарату, а саме змінюватимуться в часі кути нахилу  $\varphi_x$ , нишпорення  $\varphi_y$  і тангажу  $\varphi_z$ , а також значення проекцій  $v_x, v_y, v_z$  поступальної швидкості на осі системи координат *Охуz*, пов'язаної з екранопланом.



Рис. 1. Системи координат

Вважаючи обурення малими, складемо систему лінійних рівнянь руху екраноплана у системі координат *Охуг*. Введемо позначення

- 
$$\overline{V} = (v_x, v_y, v_z) = (\dot{q}_1, \dot{q}_2, \dot{q}_3); \ \overline{\Omega} = (\dot{\phi}_x, \dot{\phi}_y, \dot{\phi}_z) = (\dot{q}_4, \dot{q}_5, \dot{q}_6);$$
  
-  $\mathbf{J} = |J_{ii}|$ - тензор інерції екраноплана;

-  $\Lambda = \left| \lambda_{pr} \right|$  - тензор приєднаних мас екраноплана.

- m - маса екраноплана.

У цих позначеннях вектори кількості руху кінетичного моменту видаються гак.

так:

$$\begin{cases} \mathbf{K} = m\overline{V} + \sum_{r=1}^{6} \lambda_{pr} \dot{q}_r, \ p = 1..3\\ \mathbf{L} = \mathbf{J}\overline{\Omega} + \sum_{r=1}^{6} \lambda_{pr} \dot{q}_r, \ p = 4..6 \end{cases}$$

Тоді в рухомих координатах система рівнянь руху мають вигляд

$$\begin{cases} m\dot{\overline{V}} + \sum_{r=1}^{6} \lambda_{pr} \ddot{q}_{r} + \overline{\Omega} \times \left( m\overline{V} + \sum_{r=1}^{6} \lambda_{pr} \dot{q}_{r} \right) = \overline{F} + \overline{\delta}, \ p = 1..3 \\ J\dot{\overline{\Omega}} + \sum_{r=1}^{6} \lambda_{pr} \ddot{q}_{r} + \overline{\Omega} \times \left( J\overline{\Omega} + \sum_{r=1}^{6} \lambda_{pr} \dot{q}_{r} \right) + \overline{V} \times \left( m\overline{V} + \sum_{r=1}^{6} \lambda_{pr} \dot{q}_{r} \right) = \overline{M} + \overline{\sigma}, \ p = 4..6 \end{cases}$$
(2)

де  $\overline{F}$  та  $\overline{M}$  вектори зовнішніх сил та моментів, а  $\overline{\delta}$  та  $\overline{\sigma}$  малі обурення. Вважаючи величини  $\dot{q}_p$  малими і нехтуючи добутками  $\dot{q}_p \dot{q}_r$  (2), отримуємо систему лінійних рівнянь руху екраноплана в звичних позначеннях

$$\begin{cases} (m + \lambda_{11})\dot{v}_{x} + \lambda_{12}\dot{v}_{y} + \lambda_{13}\dot{v}_{z} + \lambda_{14}\ddot{\varphi}_{x} + \lambda_{15}\ddot{\varphi}_{y} + \lambda_{16}\ddot{\varphi}_{z} = F_{x} + \delta_{x} \\ \lambda_{21}\dot{v}_{x} + (m + \lambda_{22})\dot{v}_{y} + \lambda_{23}\dot{v}_{z} + \lambda_{24}\ddot{\varphi}_{x} + \lambda_{25}\ddot{\varphi}_{y} + \lambda_{26}\ddot{\varphi}_{z} = F_{y} + \delta_{y} \\ \lambda_{31}\dot{v}_{x} + \lambda_{32}\dot{v}_{y} + (m + \lambda_{33})\dot{v}_{z} + \lambda_{34}\ddot{\varphi}_{x} + \lambda_{35}\ddot{\varphi}_{y} + \lambda_{36}\ddot{\varphi}_{z} = F_{z} + \delta_{z} \\ \lambda_{41}\dot{v}_{x} + \lambda_{42}\dot{v}_{y} + \lambda_{43}\dot{v}_{z} + (J_{xx} + \lambda_{44})\ddot{\varphi}_{x} + (J_{xy} + \lambda_{45})\ddot{\varphi}_{y} + (J_{xz} + \lambda_{46})\ddot{\varphi}_{z} = M_{x} + \sigma_{x} \end{cases}$$
(3)  
$$\lambda_{51}\dot{v}_{x} + \lambda_{52}\dot{v}_{y} + \lambda_{53}\dot{v}_{z} + (J_{yx} + \lambda_{54})\ddot{\varphi}_{x} + (J_{yy} + \lambda_{55})\ddot{\varphi}_{y} + (J_{yz} + \lambda_{56})\ddot{\varphi}_{z} = M_{y} + \sigma_{y} \\ \lambda_{61}\dot{v}_{x} + \lambda_{62}\dot{v}_{y} + \lambda_{63}\dot{v}_{z} + (J_{zx} + \lambda_{64})\ddot{\varphi}_{x} + (J_{zy} + \lambda_{65})\ddot{\varphi}_{y} + (J_{zz} + \lambda_{66})\ddot{\varphi}_{z} = M_{z} + \sigma_{z} \end{cases}$$

Розглянемо сили, що діють на екраноплан. Насамперед це сила тяги двигунів, вплив повітряного середовища на фюзеляж і крила та сила тяжіння. Вплив середовища на рух екраноплана обумовлено в'язкістю та його формою. Коефіцієнт в'язкого опору залежить від величини безрозмірної швидкості, площі і шорсткості поверхні корпусу і практично не схильний до змін, викликаних малими обуреннями середовища. Коефіцієнти сил і моментів, зумовлених формою апарату, схильні до змін більшою мірою, так як обурення впливають на розподіл тиску по поверхні корпусу. Характер взаємовпливу атмосферного середовища та апарату дуже складний: середовище змінює становище і рух екраноплана, це у свою чергу створює додаткові аеродинамічні сили та моменти, які мають компенсаторний характер і роблять рух стійким, або посилюють неузгодженість опорних і поточних параметрів руху, роблячи його нестійким. У другому випадку необхідно створити на корпусі додаткові сили та моменти, що повертають параметри руху у допустимі межі зміни. Це досягається використанням засобів управління – закрилків, керма тощо, тобто зміною форми екраноплану. Ця зміна, у свою чергу, позначиться на аеродинамічній силі та моменті на корпусі.

ВІСНИК ОДЕСЬКОГО НАЦІОНАЛЬНОГО МОРСЬКОГО УНІВЕРСИТЕТУ № 1 (68), 2023

Статична стійкість горизонтального руху. Для аналізу статичної стійкості руху екраноплана важливо з'ясувати, які зміни становища та руху призводять до виникнення сил і моментів, що компенсують збурення руху, а для яких необхідно задіяти засоби управління. Якісно картина взаємовпливу елементів системи «ЕКРАНОПЛАН – ПОВІТРЯНЕ СЕРЕДОВИЩЕ – РУХОВИЙ КОРДОН» виглядає наступним чином. Обурення водної поверхні викликають зміни поля швидкостей повітряного потоку, що викликає перерозподіл тиску на корпусі екраноплана та зміну аеродинамічних сил та точки їх прикладання. Під дією цих сил екраноплан змінює своє положення щодо екрану, що, у свою чергу, так само призводить до зміни розподілу тиску по поверхні корпусу і зміни результуючих сил і центрів їх прикладання. Ці зміни можуть мати компенсуючий ефект та сприяти поверненню до характеристик опорного руху. Розглянемо, які ефекти виникають при характерних змінах положення апарату.

При виникненні крену, несучі властивості крила, розташованого ближче до екрану зростають, а в іншого крила навпаки, зменшуються. Точка прикладання аеродинамічної сили на крилі та на профілях хвостового керма зміщуються у бік крену.



Рис. 2. Розподіл аеродинамічних сил. Фронтальна проекція

Ці сили створюють моменти  $\overline{M}_{R}$  і  $\overline{M}_{R1}$ , які забезпечують зменшення кута крену і відновлення прямого положення апарату. Проекції  $\overline{R}$  та  $\overline{R}_{1}$  на вісь  $O_{\zeta}$ викликає зміщення апарата в поперечному напрямку. Тобто фюзеляж і хвіст виходять із режиму симетричного обтікання, що викликає обертання апарату щодо осі  $O_{Y}$ , т.зв. нишпорення  $\varphi_{y}$ . На вертикальному кермі виникає сила  $\overline{R}_{2}$ , спрямована у бік, протилежний обертанню. Вона створює момент  $\overline{M}_{R2}$ , що компенсує нишпорення.



Рис. 3. Розподіл аеродинамічних сил. Бокова проєкція

Зміщення точок докладання сил  $\overline{R}$  і  $\overline{R_1}$  вздовж осі Ox сприяє виникненню тангажу  $\varphi_z$ , який у свою чергу впливає на величини  $\overline{R}$  і  $\overline{R_1}$ , і на точки їх прикладання вздовж осі Ox. Залежно від положення центрів тиску щодо центру тяжіння апарата, сили  $\overline{R}$  і  $\overline{R_1}$  породжують або момент, що відновлює опорний рух, або момент, що збільшує кут  $\varphi_z$ . Як відомо, збільшення кута атаки крила понад допустимі значення призводить до катастрофічної втрати його несучої здатності.

З наведеної якісної картини поведінки екраноплану ясна складність взаємовпливу сил і параметрів руху, що робить завдання суттєво нелінійним та проблематичним для аналітичного рішення. Тому виділимо найістотніші фактори:

•  $\overline{R}$  – сила на крилі,  $\overline{r_{R}}$  – радіус-вектор її прикладання;

•  $\overline{R}_1$  – сила на горизонтальному хвостовому кермі,  $\overline{r}_{R1}$  – радіус-вектор її прикладання;

•  $\overline{R}_2$  – сила на вертикальному хвостовому кермі,  $\overline{r}_{R2}$  – радіус-вектор її прикладання;

•  $\overline{G}$  – сила тяжіння,  $\overline{r}_{G}$  – радіус-вектор її прикладання;

- $\overline{N}$  опір тертя фюзеляжу, прикладений в центрі тяжіння;
- $\overline{P}$  сила тяги, прикладена в центрі тяжіння.

Опором форми фюзеляжу (добре обтічного тіла), нехтуємо. Для аналізу статичної стійкості сформулюємо умови. Сила  $\overline{R}$  завжди буде створювати момент, що відновлює рух по куту тангажу, якщо центр тиску крила зміщуватиметься за центр тяжіння апарата при  $\varphi_z > 0$ , і поперед, якщо  $\varphi_z < 0$ . Центр тиску сили  $\overline{R}_1$  завжди розташований за центром тяжіння апарату, тому на знак моменту

впливатиме напрямок самої сили  $\overline{R}_1$ . Конструктивно це досягається симетричним профілем горизонтального хвостового керма. При  $\varphi_z > 0$  проєкції  $\overline{R}_1$  на вісь Oyпозитивна, при  $\varphi_z < 0$  – негативна. У цих випадках момент сили  $\overline{R}_1$  відновлює. Тобто сума проєкцій моментів  $M_{Rz} = (\overline{M}_R + \overline{M}_{R1}) \cdot \overline{k}$  на вісь Oz повинна мати знак, протилежний знаку  $\varphi_z$ 

$$M_{Rz} = (x_c - x_G)R_y - (y_c - y_G)R_x + (x_c^1 - x_G)R_{1y} - (y_c^1 - y_G)R_{1x} = = (x_c - x_G)(R_y + R_{1y}) - (y_c - y_G)(R_x + R_{1x})$$
(4)

Вертикальне кермо конструктивно завжди породжує момент, що відновлює, зменшує нишпорення. Також сили  $\overline{R}$  і  $\overline{R}_1$  завжди будуть породжувати момент, що сприяє зменшенню кута крену через те, що збільшується несуча здатність крила, розташованого ближче до екрану, а це викликає зміщення центру тиску по осі Oz у бік крену.

Зі сказаного видно, що статична стійкість горизонтального польоту апарату без активного управління забезпечується правильним вибором крила і керма для забезпечення необхідних значень сили  $\overline{R}$ ,  $\overline{R}_1$  і  $\overline{R}_2$ , та правильного розташування їх центрів тиску.

Динамічна стійкість горизонтального руху. Розв'язання задачі динамічної стійкості горизонтального польоту літального апарату зводиться до з'ясування характеру залежності кінематичних параметрів екраноплану від часу. Динамічна модель малих відхилень апарата від горизонтального польоту описується системою (3) з початковими умовами та конкретними силами, що впливають на нього. Аеродинамічні сили визначаються геометрією екраноплана, що рухається в обуреному повітряному середовищі. Прийняті до розгляду, в рамках зроблених спрощень, сили  $\overline{R}$ ,  $\overline{R_1}$ ,  $\overline{R_2}$  і відповідні моменти залежать від коефіцієнтів підйомної сили і лобового опору крила, хвостових горизонтальних і вертикального керма, що працюють в потоці, що набігає зі швидкістю  $-\overline{V_3}$  з малими обуреннями. Обурення середовища викликані хвилюванням водної поверхні.

Аеродинамічні характеристики екраноплана. Вплив середовища на рух екраноплана обумовлено в'язкістю та його формою. Коефіцієнт в'язкого опору залежить від величини безрозмірної швидкості, площі і шорсткості поверхні корпусу і практично не схильний до змін, викликаних малими обуреннями середовища. Коефіцієнти сил і моментів, зумовлених формою апарату, схильні до змін більшою мірою, так як обурення впливають на розподіл тиску по поверхні корпусу. Повна картина обтікання екраноплану однорідним потоком над рухомим кордоном реалізується методом накладання однорідного потоку, що набігає, і обурень, викликаних фюзеляжем і крилами екраноплану, а так само обуреннями

середовища з рухомою границею. Для вирішення задачі про визначення АТ характеристик у роботі прийнято метод накладання потенційних потоків.

Потенціал однорідного потоку, що набігає, у зв'язаній системі координат Охуг має вигляд

$$\Phi_0 = -V_{\mathfrak{I}} \left( x + \varphi_z y - \varphi_y z \right).$$
<sup>(5)</sup>

Для розрахунку індуктивних швидкостей, викликаних впливом системи фюзеляж-крило на однорідний потік заснований на методі розподілу особливостей по поверхні корпусу. Крило і вихровий слід за задньою кромкою крила моделюється безперервною вихровою поверхнею, а саме системою приєднаних вихорів, безперервно розподілених по середній площині крила і безперервною системою вільних вихорів, що йдуть із задньої кромки крила на нескінченність — вихрову пелену. Вважаємо площину вихрової пелени паралельної площини незбуреної водної поверхні. Це припущення цілком виправдане, оскільки на звичайних режимах руху екраноплана кут атаки крила  $\alpha$  малий.



Рис. 4. Розподіл вихрових ниток по поверхні крила

Для забезпечення умови сталості циркуляції вздовж вихрової трубки на функцію розподілу циркуляції накладаються певні умови. Вважаємо, що джгут приєднаного вихору товщини  $\Delta h_n$  складається з безлічі вихрових ниток, що збігають з приєднаного вздовж розмаху крила. Ці нитки, у свою чергу, утворюють вихровий джгут товщини  $\Delta h_c$ , який сходить з задньої кромки крила вільним вихором. Зрозуміло, що інтенсивність елементарного приєднаного вихору змінюватиметься вздовж розмаху крила, зважаючи на збігання вихрових ниток. У поперечному напрямку крила, від задньої кромки до передньої, інтенсивність приєднаного вихору зменшується через збіднення вільними вихровими нитками, розподіленими між приєднаними на даному поперечному перерізі. Аналогічно,

інтенсивність джгутів вихорів, що збігають, змінюється в поздовжньому і поперечному напрямках крила.

Для спрощення аналітичних виразів вводимо безперервний параметр  $\mu$ , що індексує приєднані вихори. Для прямокутних у плані крил таким може виступати координата *х*. Для крил, за формою схожих на трапецію, цей параметр можна ввести в такий спосіб. Якщо приєднані вихори лягають рівномірно на крилі, то вісь

вихору має рівняння  $x = \mu (z - 0.5l) - 0.5b, \ 0 \le z \le 0.5l, \ -\frac{2b}{L} \le \mu \le 0$  на правому

крилі та  $x = \mu (z + 0.5l) - 0.5b, \ 0.5l \le z < 0, \ 0 < \mu \le \frac{2b}{L}$  на лівому,  $L = \frac{lb}{b - 2b}$ .





Нехай  $\gamma(x(\mu), z)$  щільність розподілу циркуляції вихрових ниток, що сходять із приєднаного вихору  $\mu$ . Тоді щільність розподілу циркуляції  $\gamma_n(x(\mu), z)$  приєднаного вихору  $\mu$  в точці плану крила з координатами  $(x(\mu), z)$  дорівнює сумарній циркуляції всіх вихрових ниток, що зійшли з цього приєднаного вихору на інтервалі (z, 0.5l) для правого крила, і (z, -0.5l) для лівого. Для точок, симетрично розташованих щодо осі Ox справедливо  $\gamma_n(x(\mu), z) = \gamma_n(x(\mu), -z)$ . Таким чином

$$\gamma_{n}^{+}(x(\mu),z) = \int_{z}^{0.5l} \gamma(x(\mu),s) ds, \ z \ge 0$$

$$\gamma_{n}^{-}(x(\mu),z) = \int_{-0.5l}^{z} \gamma(x(\mu),s) ds, \ z < 0$$
(6)

Щільність розподілу циркуляції  $\gamma_n(x(\mu), z)$  вихрового джгута, утвореного вихровими нитками, що збігають з приєднаних, дорівнює сумарній циркуляції цих

ниток на інтервалі  $\left(\mu, \frac{2b}{L}\right)$ значень параметра  $\mu$  правого крила, і  $\left(-\frac{2b}{L}, \mu\right)$ для лівого. Так само справедливо  $\gamma_c(x(\mu), z) = \gamma_c(x(\mu), -z)$ 

$$\gamma_{c}^{+}\left(x(\mu),z\right) = \int_{\mu}^{2b/L} \gamma\left(x(\mu),z\right) \dot{x}_{\mu} d\mu, \ z \ge 0$$
  
$$\gamma_{c}^{-}\left(x(\mu),z\right) = \int_{-2b/L}^{\mu} \gamma\left(x(\mu),z\right) \dot{x}_{\mu} d\mu, \ z < 0$$
(7)

Щільність розподілу циркуляції  $\hat{\gamma}_c(x(\mu), z)$  вільного вихрового джгута, що сходить із задньої кромки крила визначається наступним чином

$$\hat{\gamma}_{c}^{+}(x(\mu),z) = \int_{0}^{2b/L} \gamma(x(\mu),z) \dot{x}_{\mu} d\mu, \ z \ge 0$$

$$\hat{\gamma}_{c}^{-}(x(\mu),z) = \int_{-2b/L}^{0} \gamma(x(\mu),z) \dot{x}_{\mu} d\mu, \ z < 0$$
(8)

Далі застосуємо отримані результати для опису руху крила поблизу площини екрану. Для цього розглянемо задачу про обтікання крил, що дзеркально розташовані щодо плоский границі. У силу симетрії, на границі виконуватиметься умова відсутності нормальних швидкостей потоку. Для застосування методу накладання потенційних потоків необхідно вихровий потенціал розподілити на симетричних крилах та вихрових пеленах за ними. Знову ж таки, в силу симетрії цільності вихорів у симетричних точках P та P' у основного та допоміжного крила необхідно повинні збігатися.

Тоді індуковані розподіленими по крилах вихорами швидкості потоку виражаються таким співвідношенням (формула Біо-Саварра):

$$\overline{V}_{\kappa}\left(\overline{r}_{p}\right) = \int_{-0.5l}^{0} \int_{-2b/L}^{0} \left(\gamma_{n}^{-}\left(x(\mu),z\right) \cdot \left(\mu\overline{i} + \overline{k}\right) + \gamma_{c}^{-}\left(x(\mu),z\right) \cdot \overline{i}\right) \times \left(\frac{(\overline{r}_{p} - \overline{r})}{|\overline{r}_{p} - \overline{r}|^{3}} + \frac{(\overline{r}_{p} - \overline{r}')}{|\overline{r}_{p} - \overline{r}'|^{3}}\right) z \, d\mu \, dz + \int_{-\infty}^{0.5l} \int_{0}^{0.5l} \int_{0}^{2b/L} \left(\gamma_{n}^{+}\left(x(\mu),z\right) \cdot \left(-\mu\overline{i} + \overline{k}\right) + \gamma_{c}^{+}\left(x(\mu),z\right) \cdot \overline{i}\right) \times \left(\frac{(\overline{r}_{p} - \overline{r})}{|\overline{r}_{p} - \overline{r}|^{3}} + \frac{(\overline{r}_{p} - \overline{r}')}{|\overline{r}_{p} - \overline{r}'|^{3}}\right) z \, d\mu \, dz + \int_{-\infty}^{0.5b} \int_{0}^{0} \gamma_{c}^{-}\left(z\right) \cdot \overline{i} \times \left(\frac{(\overline{r}_{p} - \overline{r})}{|\overline{r}_{p} - \overline{r}'|^{3}} + \frac{(\overline{r}_{p} - \overline{r}')}{|\overline{r}_{p} - \overline{r}'|^{3}}\right) dz \, dx + \int_{-\infty}^{0.5b} \int_{0}^{0} \gamma_{c}^{+}\left(z\right) \cdot \overline{i} \times \left(\frac{(\overline{r}_{p} - \overline{r})}{|\overline{r}_{p} - \overline{r}'|^{3}} + \frac{(\overline{r}_{p} - \overline{r}')}{|\overline{r}_{p} - \overline{r}'|^{3}}\right) dz \, dx$$

$$(9)$$



Рис. 6. Моделювання руху над вільною поверхнею (екраном)

Тут необхідно координати точок крила виразити в системі Oxyz, пов'язаної з верхнім (досліджуваним) крилом. Система Oxyz отримана з нерухомої системи  $O\xi\eta\varsigma$  обертанням, що описується матрицею (1). Система O'x'y'z', що пов'язана з нижнім крилом, виходить із системи  $O\xi\eta\varsigma$  обертанням, що описується матрицею

$$A_{\xi}^{x'} = \begin{vmatrix} 1 & -\varphi_{z}(t) & -\varphi_{y}(t) \\ \varphi_{z}(t) & 1 & -\varphi_{x}(t) \\ \varphi_{y}(t) & \varphi_{x}(t) & 1 \end{vmatrix}$$
(10)

Розглянемо точку K площини основного крила з координатами (x,0,z) у системі Oxyz та точку K', їй дзеркально симетричну на допоміжному крилі з координатами (x', y', z') у системі O'x'y'z'. Тоді координати точки K' в системі Oxyz визначаються співвідношенням  $(x', y', z') = (x, y, z) \cdot (A_{\xi}^{x})^{-1} \cdot A_{\xi}^{x'}$  і мають вигляд

$$\begin{cases} x' = x \\ y' = 2(z\varphi_x - x\varphi_z + h) \\ z' = z \end{cases}$$
(11)

# Лінеаризація аеродинамічних характеристик крила

У (9) лише множник  $\overline{\rho} = \left(\frac{\left(\overline{r_p} - \overline{r}\right)}{\left|\overline{r_p} - \overline{r}\right|^3} + \frac{\left(\overline{r_p} - \overline{r'}\right)}{\left|\overline{r_p} - \overline{r'}\right|^3}\right)$  залежить від параметрів

 $\varphi_x, \varphi_y, \varphi_z, \Delta h$  і, через невелику кількість їх значень, його можна представити у вигляді  $\overline{\rho} = \overline{\rho}_0 + \varphi_x \overline{\rho}_{\varphi_x} + \varphi_z \overline{\rho}_{\varphi_z} + \Delta h \overline{\rho}_h$ , де

$$\overline{\rho}_{0} = \frac{(x_{p} - x)\overline{\mathbf{i}} + (z_{p} - z)\overline{\mathbf{k}}}{((x_{p} - x)^{2} + (z_{p} - z)^{2})^{3/2}} + \frac{(x_{p} - x)\overline{\mathbf{i}} - 2h_{0}\overline{\mathbf{j}} + (z_{p} - z)\overline{\mathbf{k}}}{((x_{p} - x)^{2} + (z_{p} - z)^{2} + 4h_{0}^{2})^{3/2}};$$

$$\overline{\rho}_{\varphi_{x}} = -\frac{12h_{0}\left((x_{p} - x)\overline{\mathbf{i}} + (z_{p} - z)\overline{\mathbf{k}}\right) + 2\left((x_{p} - x)^{2} + (z_{p} - z)^{2} - 8h_{0}^{2}\right)\overline{\mathbf{j}}}{((x_{p} - x)^{2} + (z_{p} - z)^{2} + 4h_{0}^{2})^{5/2}}z;$$

$$\overline{\rho}_{\varphi_{z}} = \frac{12h_{0}\left((x_{p} - x)\overline{\mathbf{i}} + (z_{p} - z)\overline{\mathbf{k}}\right) + 2\left((x_{p} - x)^{2} + (z_{p} - z)^{2} - 8h_{0}^{2}\right)\overline{\mathbf{j}}}{((x_{p} - x)^{2} + (z_{p} - z)^{2} + 4h_{0}^{2})^{5/2}}x;$$

$$\rho_{h} = -\frac{12h_{0}\left((x_{p} - x)\overline{\mathbf{i}} + (z_{p} - z)\overline{\mathbf{k}}\right) + 2\left((x_{p} - x)^{2} + (z_{p} - z)^{2} - 8h_{0}^{2}\right)\overline{\mathbf{j}}}{\left((x_{p} - x)^{2} + (z_{p} - z)^{2} + 4h_{0}^{2}\right)^{5/2}}$$
(12)

Для спрощення та кращої оглядовості виразу (9) введемо позначення

$$\begin{pmatrix} \gamma_n^- (x(\mu),z) \cdot (\mu \overline{i} + \overline{k}) + \gamma_c^- (x(\mu),z) \cdot \overline{i} \end{pmatrix} \times \overline{\rho}_0 = \overline{\gamma}_0^- (x(\mu),z); \\ (\gamma_n^+ (x(\mu),z) \cdot (-\mu \overline{i} + \overline{k}) + \gamma_c^+ (x(\mu),z) \cdot \overline{i}) \times \overline{\rho}_0 = \overline{\gamma}_0^+ (x(\mu),z); \\ \widehat{\gamma}_c^- (z) \cdot \overline{i} \times \overline{\rho}_0 = \widehat{\gamma}_0^- (z); \widehat{\gamma}_c^+ (z) \cdot \overline{i} \times \overline{\rho}_0 = \widehat{\gamma}_0^+ (z); \\ (\gamma_n^- (x(\mu),z) \cdot (\mu \overline{i} + \overline{k}) + \gamma_c^- (x(\mu),z) \cdot \overline{i}) \times \overline{\rho}_{\varphi_x} = \overline{\gamma}_{\varphi_x}^- (x(\mu),z); \\ (\gamma_n^+ (x(\mu),z) \cdot (\mu \overline{i} + \overline{k}) + \gamma_c^+ (x(\mu),z) \cdot \overline{i}) \times \overline{\rho}_{\varphi_x} = \overline{\gamma}_{\varphi_x}^+ (x(\mu),z); \\ \widehat{\gamma}_c^- (z) \cdot \overline{i} \times \overline{\rho}_{\varphi_x} = \widehat{\gamma}_{\varphi_x}^- (z); \widehat{\gamma}_c^+ (z) \cdot \overline{i} \times \overline{\rho}_{\varphi_x} = \widehat{\gamma}_{\varphi_x}^+ (z); \\ (\gamma_n^- (x(\mu),z) \cdot (\mu \overline{i} + \overline{k}) + \gamma_c^- (x(\mu),z) \cdot \overline{i}) \times \overline{\rho}_{\varphi_z} = \overline{\gamma}_{\varphi_z}^- (x(\mu),z); \\ (\gamma_n^- (x(\mu),z) \cdot (\mu \overline{i} + \overline{k}) + \gamma_c^- (x(\mu),z) \cdot \overline{i}) \times \overline{\rho}_{\varphi_z} = \overline{\gamma}_{\varphi_z}^+ (x(\mu),z); \\ \widehat{\gamma}_c^- (z) \cdot \overline{i} \times \overline{\rho}_{\varphi_z} = \widehat{\gamma}_{\varphi_z}^- (z); \widehat{\gamma}_c^+ (z) \cdot \overline{i} \times \overline{\rho}_{\varphi_z} = \widehat{\gamma}_{\varphi_z}^+ (z); \\ (\gamma_n^- (x(\mu),z) \cdot (\mu \overline{i} + \overline{k}) + \gamma_c^- (x(\mu),z) \cdot \overline{i}) \times \overline{\rho}_h = \overline{\gamma}_h^- (x(\mu),z); \\ (\gamma_n^- (x(\mu),z) \cdot (\mu \overline{i} + \overline{k}) + \gamma_c^- (x(\mu),z) \cdot \overline{i}) \times \overline{\rho}_h = \overline{\gamma}_h^+ (x(\mu),z); \\ (\gamma_n^- (x(\mu),z) \cdot (\mu \overline{i} + \overline{k}) + \gamma_c^+ (x(\mu),z) \cdot \overline{i}) \times \overline{\rho}_h = \overline{\gamma}_h^+ (x(\mu),z); \\ (\gamma_n^- (z) \cdot \overline{i} \times \overline{\rho}_h = \widehat{\gamma}_h^- (z); \widehat{\gamma}_c^+ (z) \cdot \overline{i} \times \overline{\rho}_h = \widehat{\gamma}_h^+ (z). \end{cases}$$

$$(13)$$

Тоді, з урахуванням (11), індукована швидкість (9) буде лінійно залежною від параметрів  $\varphi_x, \varphi_y, \varphi_z, \Delta h$ 

$$\begin{split} \overline{V_{\kappa}}(\overline{r_{p}}) &= \overline{V_{\kappa}}^{0}(\overline{r_{p}}) + \varphi_{x}\overline{V_{\kappa}}^{\varphi_{\kappa}}(\overline{r_{p}}) + \varphi_{z}\overline{V_{\kappa}}^{\varphi_{\varepsilon}}(\overline{r_{p}}) + \Delta h\overline{V_{\kappa}}^{h}(\overline{r_{p}}); \\ \overline{V_{\kappa}}^{0}(\overline{r_{p}}) &= \int_{-0.5I}^{0} \int_{-2b/L}^{0} \overline{\gamma_{0}}^{-}(x(\mu), z) z \, d\mu dz + \int_{0}^{0.5I} \int_{0}^{2b/L} \overline{\gamma_{0}}^{+}(x(\mu), z) z \, d\mu dz + \\ &+ \int_{-\infty}^{-0.5b} \int_{0}^{0} \widehat{\gamma_{0}}^{-}(z) \, dz \, dx + \int_{-\infty}^{-0.5b} \int_{0}^{0.5I} \widehat{\gamma_{0}}^{+}(z) \, dz \, dx; \\ \overline{V_{\kappa}}^{\varphi_{\varepsilon}}(\overline{r_{p}}) &= \int_{-0.5I-2b/L}^{0} \overline{\gamma_{\varphi_{\kappa}}}(x(\mu), z) z \, d\mu dz + \\ &+ \int_{-\infty}^{-0.5b} \int_{0}^{0} \int_{0}^{0} \overline{\gamma_{\varphi_{\kappa}}}^{-}(z) \, dz \, dx + \int_{0}^{-0.5b} \int_{0}^{0.5I} \widehat{\gamma_{\varphi_{\kappa}}}^{+}(x(\mu), z) z \, d\mu dz + \\ &+ \int_{-\infty}^{-0.5b} \int_{0}^{0} \widehat{\gamma_{\varphi_{\kappa}}}^{-}(z) \, dz \, dx + \int_{-\infty}^{-0.5b} \int_{0}^{0.5I} \widehat{\gamma_{\varphi_{\kappa}}}(z) \, dz \, dx; \\ \overline{V_{\kappa}}^{\varphi_{\varepsilon}}(\overline{r_{p}}) &= \int_{-0.5I-2b/L}^{0} \overline{\gamma_{\varphi_{\kappa}}}(x(\mu), z) z \, d\mu dz + \\ &+ \int_{-\infty}^{-0.5b} \int_{0}^{0} \widehat{\gamma_{\varphi_{\kappa}}}^{-}(z) \, dz \, dx + \int_{-\infty}^{-0.5b} \int_{0}^{0.5I} \widehat{\gamma_{\varphi_{\kappa}}}(z) \, dz \, dx; \\ \overline{V_{\kappa}}^{\varphi_{\varepsilon}}(\overline{r_{p}}) &= \int_{-0.5I-2b/L}^{0} \overline{\gamma_{\varphi_{\kappa}}}(x(\mu), z) z \, d\mu dz + \\ &+ \int_{-\infty}^{-0.5b} \int_{0}^{0} \widehat{\gamma_{\varphi_{\kappa}}}^{-}(z) \, dz \, dx + \int_{-\infty}^{-0.5b} \int_{0}^{0.5I} \widehat{\gamma_{\varphi_{\kappa}}}(z) \, dz \, dx; \\ \overline{V_{\kappa}}^{h}(\overline{r_{p}}) &= \int_{-0.5I-2b/L}^{0} \overline{\gamma_{h}}^{-}(x(\mu), z) z \, d\mu dz + \\ &+ \int_{-\infty}^{0.5b} \int_{0}^{0} \int_{0}^{0} \widehat{\gamma_{h}}^{+}(x(\mu), z) z \, d\mu dz + \\ &+ \int_{-\infty}^{0.5b} \int_{0}^{0} \widehat{\gamma_{h}}^{+}(z) \, dz \, dx. \end{split}$$

$$(14)$$

Тобто потрібну щільність вихрового потенціалу можна уявити лінійною функцією параметрів  $\varphi_x, \varphi_y, \varphi_z, \Delta h$ . Значить, лінійним буде й сам потенціал  $\Phi_{\kappa} = \Phi_{\kappa}^0 + \Phi_{\kappa}^{\varphi_x} \varphi_x + \Phi_{\kappa}^{\varphi_z} \varphi_z + \Phi_{\kappa}^h \Delta h$ . Потенціал обтікання крила тоді дорівнює  $\Phi = -V_y x + \Phi_{\kappa}^0 + \Phi_{\kappa}^{\varphi_x} \varphi_x - V_y z \varphi_y + (\Phi_{\kappa}^{\varphi_z} - V_y y) \varphi_z + \Phi_{\kappa}^h \Delta h$ . Звідси випливає лінійна залежність  $\overline{V}$  та  $(\overline{V})^2$  від малих параметрів  $\varphi_x, \varphi_y, \varphi_z, \Delta h$ , і лінійність тиску  $p = p_0 + \varphi_x p_{\varphi_x} + \varphi_y p_{\varphi_y} + \varphi_z p_{\varphi_z} + \Delta h p_h$ , розподіленого по поверхні крила. З виразу для головної сили та моменту випливає і їх лінійність від  $\varphi_x, \varphi_y, \varphi_z, \Delta h$ :

$$\overline{R} = \overline{R}^{0} + \varphi_{x}\overline{R}^{\varphi_{x}} + \varphi_{y}\overline{R}^{\varphi_{y}} + \varphi_{z}\overline{R}^{\varphi_{z}} + \Delta h\overline{R}^{h};$$

$$\overline{R}^{0} = \iint_{S_{x}} p_{0}\overline{n}ds; \overline{R}^{\varphi_{x}} = \iint_{S_{x}} p_{\varphi_{x}}\overline{n}ds; \overline{R}^{\varphi_{y}} = \iint_{S_{x}} p_{\varphi_{y}}\overline{n}ds; \overline{R}^{\varphi_{z}} = \iint_{S_{x}} p_{\varphi_{z}}\overline{n}ds; \overline{R}^{h} = \iint_{S_{x}} p_{h}\overline{n}ds;$$

$$\overline{L} = \overline{L}^{0} + \varphi_{x}\overline{L}^{\varphi_{x}} + \varphi_{y}\overline{L}^{\varphi_{y}} + \varphi_{z}\overline{L}^{\varphi_{z}} + \Delta h\overline{L}^{h};$$

$$\overline{L}^{0} = \iint_{S_{x}} r \times p_{0}\overline{n}ds; \overline{L}^{\varphi_{x}} = \iint_{S_{x}} r \times p_{\varphi_{x}}\overline{n}ds; \overline{L}^{\varphi_{y}} = \iint_{S_{x}} r \times p_{\varphi_{y}}\overline{n}ds; \overline{L}^{\varphi_{z}} = \iint_{S_{x}} r \times p_{h}\overline{n}ds,$$
(15)

а отже і аеродинамічні характеристики крила матимуть уявлення

$$C_{x} = C_{x}^{0} + \varphi_{x}C_{x}^{\varphi_{x}} + \varphi_{y}C_{x}^{\varphi_{y}} + \varphi_{z}C_{x}^{\varphi_{z}} + \Delta hC_{x}^{h};$$

$$C_{y} = C_{y}^{0} + \varphi_{x}C_{y}^{\varphi_{x}} + \varphi_{y}C_{y}^{\varphi_{y}} + \varphi_{z}C_{y}^{\varphi_{z}} + \Delta hC_{y}^{h};$$

$$M_{x} = M_{x}^{0} + \varphi_{x}M_{x}^{\varphi_{x}} + \varphi_{y}M_{x}^{\varphi_{y}} + \varphi_{z}M_{x}^{\varphi_{z}} + \Delta hM_{x}^{h};$$

$$M_{z} = M_{z}^{0} + \varphi_{x}M_{z}^{\varphi_{x}} + \varphi_{y}M_{z}^{\varphi_{y}} + \varphi_{z}M_{z}^{\varphi_{z}} + \Delta hM_{z}^{h}.$$
(16)

Координати точки прикладання сили  $\overline{R}$  у припущенні, що зміна її модуля набагато нижче інтервалів зміни параметрів  $\varphi_x, \varphi_y, \varphi_z, \Delta h$ , визначаються за

формулами  $x_c = \frac{L_x}{|\overline{R}|}; y_c = \frac{L_y}{|\overline{R}|}; z_c = \frac{L_z}{|\overline{R}|},$  звідки з (15) випливає і лінійна залежність

координат центру від цих параметрів.

Передавальні функції системи рівнянь руху екраноплану. Аналогічно викладеному в попередньому розділі, можна отримати лінійне відносно величин  $\varphi_x, \varphi_y, \varphi_z, \Delta h$  представлення сил на горизонтальних та вертикальному кермі екраноплану та координат точок прикладання цих сил:

$$\begin{split} \overline{R}_{l} &= \overline{R}_{l}^{0} + \varphi_{x} \overline{R}_{l}^{\varphi_{x}} + \varphi_{y} \overline{R}_{l}^{\varphi_{y}} + \varphi_{z} \overline{R}_{l}^{\varphi_{z}} + \Delta h \overline{R}_{l}^{h}; \\ \overline{R}_{l}^{0} &= \iint_{S_{\varphi}} p_{0} \overline{n} ds; \overline{R}_{l}^{\varphi_{x}} = \iint_{S_{\varphi}} p_{\varphi_{x}} \overline{n} ds; \overline{R}_{l}^{\varphi_{z}} = \iint_{S_{\varphi}} p_{\varphi_{y}} \overline{n} ds; \overline{R}_{l}^{\varphi_{z}} = \iint_{S_{\varphi}} p_{\varphi_{z}} \overline{n} ds; \overline{R}_{l}^{h} = \iint_{S_{\varphi}} p_{h} \overline{n} ds; \\ \overline{L}_{l} &= \overline{L}_{l}^{0} + \varphi_{x} \overline{L}_{l}^{\varphi_{x}} + \varphi_{y} \overline{L}_{l}^{\varphi_{y}} + \varphi_{z} \overline{L}_{l}^{\varphi_{z}} + \Delta h \overline{L}_{l}^{h}; \\ \overline{L}_{l}^{0} &= \iint_{S_{\varphi}} r \times p_{0} \overline{n} ds; \overline{L}_{l}^{\varphi_{z}} = \iint_{S_{\varphi}} r \times p_{\varphi_{x}} \overline{n} ds; \overline{L}_{l}^{\varphi_{y}} = \iint_{S_{\varphi}} r \times p_{\varphi_{y}} \overline{n} ds; \overline{L}_{l}^{\varphi_{z}} = \iint_{S_{\varphi}} r \times p_{\varphi_{z}} \overline{n} ds; \overline{L}_{l}^{h} = \iint_{S_{\varphi}} r \times p_{h} \overline{n} ds; \\ x_{c}^{1} &= \frac{L_{1x}}{|\overline{R}|}; y_{c}^{1} = \frac{L_{1y}}{|\overline{R}|}; z_{c}^{1} = \frac{L_{1z}}{|\overline{R}|}; \end{split}$$

$$(17)$$

$$\begin{split} \overline{R}_{2} &= \overline{R}_{2}^{0} + \varphi_{x}\overline{R}_{2}^{\varphi_{x}} + \varphi_{y}\overline{R}_{2}^{\varphi_{y}} + \varphi_{z}\overline{R}_{2}^{\varphi_{z}} + \Delta h\overline{R}_{2}^{h}; \\ \overline{R}_{2}^{0} &= \iint_{S_{qp}} p_{0}\overline{n}ds; \overline{R}_{2}^{\varphi_{x}} = \iint_{S_{qp}} p_{\varphi_{x}}\overline{n}ds; \overline{R}_{2}^{\varphi_{y}} = \iint_{S_{qp}} p_{\varphi_{y}}\overline{n}ds; \overline{R}_{2}^{\varphi_{z}} = \iint_{S_{qp}} p_{\varphi_{z}}\overline{n}ds; \overline{R}_{2}^{h} = \iint_{S_{qp}} p_{h}\overline{n}ds; \\ \overline{L}_{2} &= \overline{L}_{2}^{0} + \varphi_{x}\overline{L}_{2}^{\varphi_{x}} + \varphi_{y}\overline{L}_{2}^{\varphi_{y}} + \varphi_{z}\overline{L}_{2}^{\varphi_{z}} + \Delta h\overline{L}_{2}^{h}; \\ \overline{L}_{2}^{0} &= \iint_{S_{qp}} r \times p_{0}\overline{n}ds; \overline{L}_{2}^{\varphi_{x}} = \iint_{S_{qp}} r \times p_{\varphi_{x}}\overline{n}ds; \overline{L}_{2}^{\varphi_{y}} = \iint_{S_{qp}} r \times p_{\varphi_{y}}\overline{n}ds; \overline{L}_{2}^{\varphi_{z}} = \iint_{S_{qp}} r \times p_{h}\overline{n}ds; \\ x_{c}^{2} &= \frac{L_{2x}}{|\overline{R}|}; y_{c}^{2} = \frac{L_{2y}}{|\overline{R}|}; z_{c}^{2} = \frac{L_{2z}}{|\overline{R}|}. \end{split}$$

$$(18)$$

Після конкретизації сил і моментів, що діють на екраноплан, можна конкретизувати умову статичної стійкості (4) та систему рівняння руху (3).

Запишемо умову (4) ( $\frac{M_z}{\varphi_z} < 0$ ) у вигляді, враховуючи що величини  $\varphi_x, \varphi_y, \varphi_z, \Delta h$  малі

$$\frac{M_{z}}{\varphi_{z}} = \frac{1}{\varphi_{z}} \left\{ \left( \overline{r_{c}}^{0} \times \overline{R}^{0} \right) + \left( \overline{r_{1c}}^{0} \times \overline{R}_{1}^{0} \right) + \left( \overline{r_{2c}}^{0} \times \overline{R}_{2}^{0} \right) \right\} \overline{k} + \frac{\varphi_{x}}{\varphi_{z}} \left\{ \left( \overline{r_{c}}^{\varphi_{x}} \times \overline{R}^{\varphi_{x}} \right) + \left( \overline{r_{1c}}^{\varphi_{x}} \times \overline{R}_{1}^{\varphi_{x}} \right) + \left( \overline{r_{2c}}^{\varphi_{x}} \times \overline{R}_{2}^{\varphi_{x}} \right) \right\} \overline{k} + \left\{ \left( \overline{r_{c}}^{\varphi_{z}} \times \overline{R}^{\varphi_{z}} \right) + \left( \overline{r_{1c}}^{\varphi_{z}} \times \overline{R}_{1}^{\varphi_{z}} \right) + \left( \overline{r_{2c}}^{\varphi_{z}} \times \overline{R}_{2}^{\varphi_{z}} \right) \right\} \overline{k} + \frac{\Delta \tilde{h}}{\varphi_{z}} \left\{ \left( \overline{r_{c}}^{h} \times \overline{R}^{h} \right) + \left( \overline{r_{1c}}^{h} \times \overline{R}_{1}^{h} \right) + \left( \overline{r_{2c}}^{h} \times \overline{R}_{2}^{h} \right) \right\} \overline{k} < 0.$$
(19)

Цю перевірку можна виконати як перевірочний розрахунок статистичної стійкості спроектованого корпусу екраноплана з відомими аеродинамічними характеристиками.

Запишемо у явному вигляді систему (3). З викладеного вище випливає, що аеродинамічні сили та моменти представлені лінійною комбінацією параметрів  $\varphi_x, \varphi_y, \varphi_z, \Delta h$ ,

ВІСНИК ОДЕСЬКОГО НАЦІОНАЛЬНОГО МОРСЬКОГО УНІВЕРСИТЕТУ № 1 (68), 2023

=

$$\begin{split} \overline{F}_{a} &= \overline{F}_{a}^{0} + \varphi_{x} \overline{F}_{a}^{q_{x}} + \varphi_{y} \overline{F}_{a}^{q_{y}} + \varphi_{z} \overline{F}_{a}^{q_{z}} + \Delta h \overline{F}_{a}^{h}; \ \overline{F}_{a}^{0} &= \overline{R}^{0} + \overline{R}_{1}^{0} + \overline{R}_{2}^{0}; \ \overline{F}_{a}^{q_{x}} = \overline{R}^{q_{x}} + \overline{R}_{1}^{q_{x}} + \overline{R}_{2}^{q_{x}}; \\ \overline{F}_{a}^{q_{y}} &= \overline{R}^{q_{y}} + \overline{R}_{1}^{q_{y}} + \overline{R}_{2}^{q_{y}}; \ \overline{F}_{a}^{q_{z}} = \overline{R}^{q_{z}} + \overline{R}_{1}^{q_{z}} + \overline{R}_{2}^{q_{z}}; \ \overline{F}_{a}^{h} = \overline{R}^{h} + \overline{R}_{1}^{h} + \overline{R}_{2}^{h}; \\ \overline{M}_{a} &= \overline{M}_{a}^{0} + \varphi_{x} \overline{M}_{a}^{q_{x}} + \varphi_{y} \overline{M}_{a}^{q_{y}} + \varphi_{z} \overline{M}_{a}^{q_{z}} + \Delta h \overline{M}_{a}^{h}; \ \overline{M}_{a}^{0} = (\overline{r}_{c}^{0} \times \overline{R}^{0}) + (\overline{r}_{1c}^{0} \times \overline{R}_{1}^{0}) + (\overline{r}_{2c}^{0} \times \overline{R}_{2}^{0}); \quad (20) \\ \overline{M}_{a}^{q_{x}} &= (\overline{r}_{c}^{q_{x}} \times \overline{R}^{q_{x}}) + (\overline{r}_{1c}^{q_{x}} \times \overline{R}_{1}^{q_{x}}) + (\overline{r}_{2c}^{q_{x}} \times \overline{R}_{2}^{q_{z}}); \ \overline{M}_{a}^{q_{y}} = (\overline{r}_{c}^{q_{y}} \times \overline{R}^{q_{y}}) + (\overline{r}_{1c}^{q_{y}} \times \overline{R}_{2}^{q_{y}}); \\ \overline{M}_{a}^{q_{z}} &= (\overline{r}_{c}^{q_{z}} \times \overline{R}^{q_{z}}) + (\overline{r}_{1c}^{q_{z}} \times \overline{R}_{1}^{q_{z}}) + (\overline{r}_{2c}^{q_{z}} \times \overline{R}_{2}^{q_{z}}); \ \overline{M}_{a}^{h} = (\overline{r}_{c}^{h} \times \overline{R}^{h}) + (\overline{r}_{1c}^{h} \times \overline{R}_{1}^{h}) + (\overline{r}_{2c}^{h} \times \overline{R}_{2}^{h}). \end{split}$$

Координати центру С прикладання результуючої сили визначаються співвідношенням

$$\begin{aligned} x_{C} &= \frac{M_{ax}}{\left|\bar{F}_{a}\right|} = x_{C}^{0} + \varphi_{x} x_{C}^{\varphi_{x}} + \varphi_{y} x_{C}^{\varphi_{y}} + \varphi_{z} x_{C}^{\varphi_{z}} + \Delta h x_{C}^{h}; \\ y_{C} &= \frac{M_{ay}}{\left|\bar{F}_{a}\right|} = y_{C}^{0} + \varphi_{x} y_{C}^{\varphi_{x}} + \varphi_{y} y_{C}^{\varphi_{y}} + \varphi_{z} y_{C}^{\varphi_{z}} + \Delta h y_{C}^{h}; \\ z_{C} &= \frac{M_{az}}{\left|\bar{F}_{a}\right|} = z_{C}^{0} + \varphi_{x} z_{C}^{\varphi_{x}} + \varphi_{y} z_{C}^{\varphi_{y}} + \varphi_{z} z_{C}^{\varphi_{z}} + \Delta h z_{C}^{h}. \end{aligned}$$
(21)

Тоді рівняння руху (3) мають вигляд

$$\begin{cases} (m+\lambda_{11})\dot{v}_{x} + \lambda_{12}\dot{v}_{y} + \lambda_{13}\dot{v}_{z} + \lambda_{44}\ddot{\phi}_{x} + \lambda_{55}\ddot{\phi}_{y} + \lambda_{66}\ddot{\phi}_{z} = F_{ax}^{0} + \phi_{x}\left(F_{ax}^{\eta_{2}} + ng\right) + \phi_{y}F_{ax}^{\eta_{2}} + \phi_{z}F_{ax}^{\eta_{2}} + \Delta hF_{ax}^{h} + P + \delta_{x} \\ \lambda_{21}\dot{v}_{x} + (m+\lambda_{22})\dot{v}_{y} + \lambda_{23}\dot{v}_{z} + \lambda_{24}\ddot{\phi}_{x} + \lambda_{25}\ddot{\phi}_{y} + \lambda_{26}\ddot{\phi}_{z} = F_{ay}^{0} + \phi_{x}F_{ay}^{\eta_{2}} + \phi_{y}F_{ay}^{\eta_{2}} + \phi_{z}F_{ay}^{\eta_{2}} + \Delta hF_{ay}^{h} - ng + \delta_{y} \\ \lambda_{31}\dot{v}_{x} + \lambda_{32}\dot{v}_{y} + (m+\lambda_{33})\dot{v}_{z} + \lambda_{34}\ddot{\phi}_{x} + \lambda_{35}\ddot{\phi}_{y} + \lambda_{36}\ddot{\phi}_{z} = F_{ax}^{0} + \phi_{x}F_{ax}^{\eta_{2}} + \phi_{y}F_{ay}^{\eta_{2}} + \phi_{z}\left(F_{ax}^{\eta_{2}} + ng\right) + \Delta hF_{ax}^{h} + \delta \\ \lambda_{41}\dot{v}_{x} + \lambda_{32}\dot{v}_{y} + \lambda_{43}\dot{v}_{z} + (J_{xx} + \lambda_{44})\ddot{\phi}_{x} + (J_{xy} + \lambda_{35})\ddot{\phi}_{y} + (J_{xx} + \lambda_{46})\ddot{\phi}_{z} = M_{ax} + \sigma_{x} \\ \lambda_{51}\dot{v}_{x} + \lambda_{52}\dot{v}_{y} + \lambda_{53}\dot{v}_{z} + (J_{yx} + \lambda_{54})\ddot{\phi}_{x} + (J_{yy} + \lambda_{55})\ddot{\phi}_{y} + (J_{yx} + \lambda_{56})\ddot{\phi}_{z} = M_{ay} + \sigma_{y} \\ \lambda_{61}\dot{v}_{x} + \lambda_{62}\dot{v}_{y} + \lambda_{63}\dot{v}_{z} + (J_{xx} + \lambda_{64})\ddot{\phi}_{x} + (J_{yy} + \lambda_{65})\ddot{\phi}_{y} + (J_{z} + \lambda_{66})\ddot{\phi}_{z} = M_{ax} + \sigma_{z} \end{cases}$$

$$(22)$$

=

де

$$\begin{split} M_{\alpha} = & \left\{ \left( y_{C}^{0} - y_{G} \right) F_{\alpha}^{0} - \left( z_{C}^{0} - z_{G} \right) F_{\varphi}^{0} \right\} + \varphi_{x} \left\{ \left( \left( y_{C}^{0} - y_{G} \right) F_{\alpha}^{q_{x}} + y_{C}^{q_{x}} F_{\alpha}^{0} \right) - \left( \left( z_{C}^{0} - z_{G} \right) F_{\varphi}^{q_{x}} + z_{C}^{q_{x}} F_{\varphi}^{0} \right) \right\} + \varphi_{y} \left\{ \left( \left( y_{C}^{0} - y_{G} \right) F_{\alpha}^{q_{y}} + z_{C}^{q_{x}} F_{\varphi}^{0} \right) - \left( \left( z_{C}^{0} - z_{G} \right) F_{\varphi}^{q_{y}} + z_{C}^{q_{x}} F_{\varphi}^{0} \right) \right\} + \varphi_{y} \left\{ \left( \left( y_{C}^{0} - y_{G} \right) F_{\alpha}^{q_{y}} + y_{C}^{q_{y}} F_{\alpha}^{0} \right) - \left( \left( z_{C}^{0} - z_{G} \right) F_{\varphi}^{q_{y}} + z_{C}^{q_{x}} F_{\varphi}^{0} \right) \right\} \\ + \Delta h \left\{ \left( \left( y_{C}^{0} - y_{G} \right) F_{\alpha}^{q_{y}} + y_{C}^{h} F_{\alpha}^{0} \right) - \left( \left( z_{C}^{0} - z_{G} \right) F_{\varphi}^{q_{y}} + z_{C}^{h} F_{\varphi}^{0} \right) \right\} \\ M_{\varphi} = \left\{ \left( z_{C}^{0} - z_{G} \right) F_{\alpha}^{q_{y}} + y_{C}^{q_{y}} F_{\alpha}^{0} \right) - \left( \left( x_{C}^{0} - z_{G} \right) F_{\alpha}^{q_{y}} + z_{C}^{q_{x}} F_{\alpha}^{0} \right) - \left( \left( x_{C}^{0} - z_{G} \right) F_{\alpha}^{q_{y}} + z_{C}^{q_{x}} F_{\alpha}^{0} \right) \right\} + \varphi_{y} \left\{ \left( \left( z_{C}^{0} - z_{G} \right) F_{\alpha}^{q_{y}} + z_{C}^{q_{x}} F_{\alpha}^{0} \right) - \left( \left( x_{C}^{0} - z_{G} \right) F_{\alpha}^{q_{y}} + z_{C}^{q_{x}} F_{\alpha}^{0} \right) - \left( \left( x_{C}^{0} - z_{G} \right) F_{\alpha}^{q_{y}} + z_{C}^{q_{x}} F_{\alpha}^{0} \right) - \left( \left( x_{C}^{0} - z_{G} \right) F_{\alpha}^{q_{y}} + z_{C}^{q_{x}} F_{\alpha}^{0} \right) - \left( \left( x_{C}^{0} - z_{G} \right) F_{\alpha}^{q_{y}} + z_{C}^{q_{x}} F_{\alpha}^{0} \right) - \left( \left( x_{C}^{0} - z_{G} \right) F_{\alpha}^{q_{y}} + z_{C}^{q_{x}} F_{\alpha}^{0} \right) - \left( \left( x_{C}^{0} - z_{G} \right) F_{\alpha}^{q_{y}} + z_{C}^{q_{x}} F_{\alpha}^{0} \right) - \left( \left( x_{C}^{0} - z_{G} \right) F_{\alpha}^{q_{y}} + z_{C}^{q_{x}} F_{\alpha}^{0} \right) \right\} + \varphi_{y} \left\{ \left( \left( x_{C}^{0} - z_{G} \right) F_{\alpha}^{q_{y}} + z_{C}^{q_{x}} F_{\alpha}^{0} \right) - \left( \left( x_{C}^{0} - z_{G} \right) F_{\alpha}^{q_{y}} + z_{C}^{q_{x}} F_{\alpha}^{0} \right) \right\} + \varphi_{z} \left\{ \left( \left( x_{C}^{0} - z_{G} \right) F_{\alpha}^{q_{y}} + z_{C}^{q_{x}} F_{\alpha}^{0} \right) \right\} + \varphi_{z} \left\{ \left( \left( x_{C}^{0} - z_{G} \right) F_{\alpha}^{q_{y}} + z_{C}^{q_{x}} F_{\alpha}^{0} \right) \right\} + \varphi_{z} \left\{ \left( \left( x_{C}^{0} - z_{G} \right) F_{\alpha}^{q_{y}} + z_{C}^{q_{x}} F_{\alpha}^{0} \right) \right\} + \varphi_{z} \left\{ \left( \left( x_{C}^{0} - z_{G} \right) F_{\alpha}^{q_{y}} + z_{C}^{q_{x}} F_{\alpha}^{0} \right) \right\} + \varphi_{z} \left\{ \left( \left( x_{C}^{0} - z_{G$$

У безрозмірних параметрах система має вигляд

$$\begin{cases} \left(1+\tilde{\lambda}_{11}\right)\dot{v}_{x}+\tilde{\lambda}_{12}\dot{v}_{y}+\tilde{\lambda}_{13}\dot{v}_{z}+\frac{g}{V_{2}^{2}}\left(\tilde{\lambda}_{14}\ddot{\varphi}_{x}+\tilde{\lambda}_{15}\ddot{\varphi}_{y}+\tilde{\lambda}_{16}\ddot{\varphi}_{z}\right)=-\frac{\rho V_{2}^{2}lb}{2ng}\left(C_{ax}^{0}+\tilde{\varphi}_{x}\left(C_{ax}^{0}+\frac{mg}{\rho V_{2}^{2}lb}\right)+\tilde{\varphi}_{y}C_{ax}^{0}+\tilde{\varphi}_{z}C_{ax}^{0}+\tilde{\varphi}_{z}C_{ax}^{0}+\tilde{\Delta}hC_{ax}^{h}\right)+\frac{P}{mg}+\frac{\delta_{x}}{mg}\right)\\ \tilde{\lambda}_{21}\dot{v}_{x}+\left(1+\tilde{\lambda}_{22}\right)\dot{v}_{y}+\tilde{\lambda}_{23}\dot{v}_{z}+\frac{gl}{V_{2}^{2}}\left(\tilde{\lambda}_{24}\ddot{\varphi}_{x}+\tilde{\lambda}_{25}\ddot{\varphi}_{y}+\tilde{\lambda}_{26}\ddot{\varphi}_{z}\right)=\frac{\rho V_{2}^{2}lb}{2ng}\left(C_{ay}^{0}+\tilde{\varphi}_{x}C_{ay}^{0}+\tilde{\varphi}_{y}C_{ay}^{0}+\tilde{\varphi}_{z}C_{ay}^{0}+\tilde{\Delta}hC_{ay}^{h}\right)-1+\frac{\delta_{y}}{mg}\right)\\ \tilde{\lambda}_{51}\dot{v}_{x}+\tilde{\lambda}_{52}\dot{v}_{y}+\left(1+\tilde{\lambda}_{33}\right)\dot{v}_{z}+\frac{gl}{V_{2}^{2}}\left(\tilde{\lambda}_{34}\ddot{\varphi}_{x}+\tilde{\lambda}_{35}\ddot{\varphi}_{y}+\tilde{\lambda}_{36}\ddot{\varphi}_{z}\right)=\frac{\rho V_{2}^{2}lb}{2ng}\left(C_{ax}^{0}+\tilde{\varphi}_{x}C_{ax}^{0}+\tilde{\varphi}_{y}C_{ay}^{0}+\tilde{\varphi}_{z}C_{ay}^{0}+\tilde{\Delta}hC_{ay}^{h}\right)-1+\frac{\delta_{y}}{mg}\right)\\ \tilde{\lambda}_{51}\dot{v}_{x}+\tilde{\lambda}_{52}\dot{v}_{y}+\left(1+\tilde{\lambda}_{33}\right)\dot{v}_{z}+\frac{gl}{V_{2}^{2}}\left(\tilde{\lambda}_{34}\ddot{\varphi}_{x}+\tilde{\lambda}_{35}\ddot{\varphi}_{y}+\tilde{\lambda}_{36}\ddot{\varphi}_{z}\right)=\frac{\rho V_{2}^{2}lb}{2ng}\left(C_{ax}^{0}+\tilde{\varphi}_{x}C_{ax}^{0}+\tilde{\varphi}_{y}C_{ay}^{0}+\tilde{\varphi}_{z}C_{ay}$$

де

$$\begin{split} \tilde{M}_{ac} = & \left\{ \left( \tilde{y}_{C}^{0} - \tilde{y}_{G} \right) C_{a}^{0} - \left( \tilde{z}_{C}^{0} - \tilde{z}_{G} \right) C_{a}^{0} \right\} + \tilde{\varphi}_{x} \left\{ \left( \left( \tilde{y}_{C}^{0} - \tilde{y}_{G} \right) C_{x}^{0} + \tilde{y}_{C}^{0} C_{x}^{0} \right) - \left( \left( \tilde{z}_{C}^{0} - \tilde{z}_{G} \right) C_{x}^{0} + \tilde{z}_{C}^{0} C_{x}^{0} \right) \right\} + \\ & + \tilde{\varphi}_{y} \left\{ \left( \left( \tilde{y}_{C}^{0} - \tilde{y}_{G} \right) C_{x}^{0} + \tilde{y}_{C}^{0} C_{x}^{0} \right) - \left( \left( \tilde{z}_{C}^{0} - \tilde{z}_{G} \right) C_{x}^{0} + \tilde{z}_{C}^{0} C_{x}^{0} \right) \right\} + \\ & + \Delta \tilde{h} \left\{ \left( \left( \tilde{y}_{C}^{0} - \tilde{y}_{G} \right) C_{x}^{0} + \tilde{y}_{C}^{0} C_{x}^{0} \right) - \left( \left( \tilde{z}_{C}^{0} - \tilde{z}_{G} \right) C_{x}^{0} + \tilde{z}_{C}^{0} C_{x}^{0} \right) \right\} \\ \tilde{M}_{ay} = \left\{ \left( \tilde{z}_{C}^{0} - \tilde{z}_{G} \right) C_{x}^{0} + \tilde{y}_{C}^{0} C_{x}^{0} \right) - \left( \left( \tilde{z}_{C}^{0} - \tilde{z}_{G} \right) C_{x}^{0} + \tilde{z}_{C}^{0} C_{x}^{0} \right) - \left( \left( \tilde{x}_{C}^{0} - \tilde{x}_{G} \right) C_{x}^{0} + \tilde{z}_{C}^{0} C_{x}^{0} \right) \right\} \\ \tilde{M}_{ay} = \left\{ \left( \tilde{z}_{C}^{0} - \tilde{z}_{G} \right) C_{x}^{0} + \tilde{z}_{C}^{0} C_{x}^{0} \right) - \left( \left( \tilde{x}_{C}^{0} - \tilde{z}_{G} \right) C_{x}^{0} + \tilde{z}_{C}^{0} C_{x}^{0} \right) - \left( \left( \tilde{x}_{C}^{0} - \tilde{x}_{G} \right) C_{x}^{0} + \tilde{z}_{C}^{0} C_{x}^{0} \right) \right\} \\ + \tilde{\varphi}_{y} \left\{ \left( \left( \tilde{z}_{C}^{0} - \tilde{z}_{G} \right) C_{x}^{0} + \tilde{z}_{C}^{0} C_{x}^{0} \right) - \left( \left( \tilde{x}_{C}^{0} - \tilde{x}_{G} \right) C_{x}^{0} + \tilde{x}_{C}^{0} C_{x}^{0} \right) \right\} \\ \tilde{M}_{ac} = \left\{ \left( \tilde{z}_{C}^{0} - \tilde{z}_{G} \right) C_{x}^{0} + \tilde{z}_{C}^{0} C_{x}^{0} \right) - \left( \left( \tilde{x}_{C}^{0} - \tilde{x}_{G} \right) C_{x}^{0} + \tilde{x}_{C}^{0} C_{x}^{0} \right) \right\} \\ \tilde{M}_{ac} = \left\{ \left( \left( \tilde{z}_{C}^{0} - \tilde{z}_{G} \right) C_{x}^{0} + \tilde{z}_{C}^{0} C_{x}^{0} \right) - \left( \left( \tilde{x}_{C}^{0} - \tilde{x}_{G} \right) C_{x}^{0} + \tilde{x}_{C}^{0} C_{x}^{0} \right) \right\} \\ \tilde{M}_{ac} = \left\{ \left( \tilde{x}_{C}^{0} - \tilde{x}_{G} \right) C_{y}^{0} + \tilde{x}_{C}^{0} C_{y}^{0} \right) - \left( \left( \tilde{x}_{C}^{0} - \tilde{x}_{G} \right) C_{x}^{0} + \tilde{x}_{C}^{0} C_{x}^{0} \right) - \left( \left( \tilde{y}_{C}^{0} - \tilde{y}_{G} \right) C_{x}^{0} + \tilde{y}_{C}^{0} C_{x}^{0} \right) \right\} \\ \tilde{M}_{ac} = \left\{ \left( \tilde{x}_{C}^{0} - \tilde{x}_{G} \right) C_{y}^{0} + \tilde{x}_{C}^{0} C_{y}^{0} \right) - \left( \left( \tilde{x}_{C}^{0} - \tilde{x}_{G} \right) C_{x}^{0} + \tilde{y}_{C}^{0} C_{x}^{0} \right) \right\} \\ \tilde{M}_{ac} = \left\{ \left( \left( \tilde{x}_{C}^{0} - \tilde{x}_{G} \right) C_{y}^{0} + \tilde{x}_{C}^{0} C_{y}^{0} \right) - \left( \left($$

Подальший метод дослідження грунтується на аналізі передавальних функцій системи диференціальних рівнянь (22'). Беручи до уваги змістовний сенс передавальних функцій як коефіцієнтів посилення амплітуд зовнішніх збурень динамічною системою, можна встановити критерій стійкості цієї системи. Зокрема, передавальні функції системи мають бути безперервними обмеженими позитивними функціями. Для виведення передавальних функцій системи (22') перейдемо до її операторної форми, попередньо зробивши такі зауваження. Опорний поступальний рух екраноплана буде стаціонарним, якщо тяга двигуна дорівнює лобовому опору апарату, а підйомна сила дорівнює силі тяжіння. Тобто, для дослідження питання про рух апарату біля стаціонарного режиму під дією зовнішніх малих збурень у системі (22') слід прийняти  $P - 0.5 lb V^2 C_{ax}^0 = 0$  і  $0.5 lb V^2 C_{ay}^0 - mg = 0$ . Тоді система з малими обуреннями у правій частині в операторній формі має вигляд (24).

Передавальні функції цієї системи мають дробово-раціональний вираз виду  $F_i(p) = \frac{A_i(p)}{B(p)}$ , де B(p) – характеристичний поліном системи (24), а функція

 $A_i(p)$  визначається типом обурень  $\Delta$ . Якщо обурення і-го типу періодичні з частотою  $\omega_i$ , то  $A_i(p) = \frac{a_i \omega_i p}{p^2 + \omega_i^2}$ ,  $a_i$  – постійна. Тоді передатна функція має вигляд

$$F_i(p) = \frac{a_i \omega_i p}{B_i(p)(p^2 + \omega_i^2)}$$
. Якщо імпульсні обурення, то  $A_i(p) = a_i p$  і

 $F_i(p) = \frac{a_i p}{B_i(p)}$ . В обох випадках полюси передавальної функції визначаються

нулями полінома B(p).

ВІСНИК ОДЕСЬКОГО НАЦІОНАЛЬНОГО МОРСЬКОГО УНІВЕРСИТЕТУ № 1 (68), 2023

=

$$\begin{cases} p\left(1+\tilde{A}_{11}\right)V_{z} + \left(p\tilde{A}_{12} + \frac{\rho V_{z}^{2}lbC_{m}^{a}}{mg}\right)V_{y} + p\tilde{A}_{13}V_{z} + \left(p^{2}\frac{gl\tilde{A}_{14}}{V_{z}^{a}} + \frac{\rho V_{z}^{2}lb}{2mg}\left(C_{m}^{a} + \frac{mg}{\rho V_{z}^{b}lb}\right)\right)\Phi_{z} + \\ + \left(p^{2}\frac{gl\tilde{A}_{15}}{V_{z}^{2}} + \frac{\rho V_{z}^{2}lbC_{m}^{a}}{2mg}\right)\Phi_{y} + \left(p^{2}\frac{gl\tilde{A}_{16}}{V_{z}^{a}} + \frac{\rho V_{z}^{2}lbC_{m}^{a}}{2mg}\right)\Phi_{z} = \Lambda_{r_{x}} \\ p\tilde{A}_{21}V_{z}^{a} + \left(p\left(1+\tilde{A}_{22}\right) + \frac{\rho V_{z}^{2}lbC_{m}^{a}}{2mg}\right)V_{y} + p\tilde{A}_{23}V_{z} + \left(p^{2}\frac{gl\tilde{A}_{24}}{V_{z}^{a}} + \frac{\rho V_{z}^{2}lbC_{m}^{a}}{2mg}\right)\Phi_{z} + \\ + \left(p^{2}\frac{gl\tilde{A}_{22}}{V_{z}^{2}} + \frac{\rho V_{z}^{2}lbC_{m}^{a}}{2mg}\right)\Phi_{y} + \left(p^{2}\frac{gl\tilde{A}_{24}}{V_{z}^{a}} + \frac{\rho V_{z}^{2}lbC_{m}^{a}}{2mg}\right)\Phi_{z} + \\ + \left(p^{2}\frac{gl\tilde{A}_{22}}{V_{z}^{a}} + \frac{\rho V_{z}^{2}lbC_{m}^{a}}{2mg}\right)\Phi_{y} + \left(p^{2}\frac{gl\tilde{A}_{24}}{V_{z}^{a}} + \frac{\rho V_{z}^{2}lbC_{m}^{a}}{2mg}\right)\Phi_{z} + \\ + \left(p^{2}\frac{gl\tilde{A}_{24}}{V_{z}^{a}} + \frac{\rho V_{z}^{2}lbC_{m}^{a}}{2mg}\right)\Phi_{y} + \left(p^{2}\frac{gl\tilde{A}_{24}}{V_{z}^{a}} + \frac{\rho V_{z}^{2}lbC_{m}^{a}}{2mg}\right)\Phi_{z} + \\ + \left(p^{2}\frac{gl\tilde{A}_{24}}{2mg} + \frac{\rho V_{z}^{2}lbC_{m}^{a}}{2mg}\right)\Phi_{y} + \left(p^{2}\frac{gl\tilde{A}_{24}}{V_{z}^{a}} + \frac{\rho V_{z}^{2}lb}{2mg}\right)\Phi_{z} + \\ + \left(p^{2}\frac{gl\tilde{A}_{24}}{V_{z}^{2}} + \frac{\rho V_{z}^{2}lb}{2mg}\left\{\left((\tilde{y}_{0}^{a} - \tilde{y}_{0})C_{m}^{a} + \tilde{y}_{0}^{b}C_{m}^{a}\right) - \left((\tilde{z}_{m}^{a} - \tilde{z}_{0})C_{m}^{a} + \tilde{z}_{0}^{b}C_{m}^{a}\right)\right)V_{y} + p\tilde{A}_{z}V_{z} + \\ + \left(p^{2}\frac{g}{V_{z}^{2}}(\tilde{J}_{w} + \tilde{A}_{43}) + \frac{\rho V_{z}^{2}lb}{2mg}\left\{\left((\tilde{y}_{0}^{a} - \tilde{y}_{0})C_{m}^{a} + \tilde{y}_{0}^{b}C_{m}^{a}\right) - \left((\tilde{z}_{m}^{a} - \tilde{z}_{0})C_{m}^{a} + \tilde{z}_{0}^{b}C_{m}^{a}\right)\right)\left(p_{z} + \tilde{z}_{0}^{a}C_{m}^{a}\right)\right)\Phi_{z} + \\ + \left(p^{2}\frac{g}{V_{z}^{2}}(\tilde{J}_{w} + \tilde{A}_{43}) + \frac{\rho V_{z}^{2}lb}{2mg}\left\{\left((\tilde{y}_{0}^{a} - \tilde{z}_{0})C_{m}^{a} + \tilde{y}_{0}^{b}C_{m}^{a}\right) - \left((\tilde{z}_{m}^{a} - \tilde{z}_{m})C_{m}^{a}\right)\right)\left(p_{z} + \rho \tilde{z}_{0}^{a}C_{m}^{a}\right)\right)\Phi_{z} + \\ + \left(p^{2}\frac{g}{V_{z}^{2}}(\tilde{J}_{w} + \tilde{A}_{43}) + \frac{\rho V_{z}^{2}lb}{2mg}\left\{\left((\tilde{y}_{m}^{a} - \tilde{z}_{0})C_{m}^{a} + \tilde{z}_{0}^{b}C_{m}^{a}\right) - \left((\tilde{z}_{m}^{a} - \tilde{z}_{0})C_{m}^{a} + \tilde{z}_{0}^{b}C_{m}^{a}}\right)\right)\left(p_{z} +$$

З огляду на надзвичайну громіздкість системи (24) у статті наведено її характеристичний поліном без урахування приєднаних мас  $\lambda_{ij}$ . Очевидно, це слабко позначиться на результатах аналізу взаємного розташування крила та елементів управління, що відповідає за стійкість руху екраноплану щодо поступальної опорної траєкторії. Нижче наведено множники розкладання многочлена  $B(p) = \prod b_j(p)$ :

$$b_{1}(p) = p^{2}; b_{2}(p) = p + \frac{lbV^{2}\rho C_{ay}^{h}}{gmp};$$

$$b_{3}(p) = \frac{gJ_{xx}}{V^{2}}p^{2} + \frac{lbV^{2}\rho}{gm} \Big[ \Big( C_{ay}^{0}z_{c}^{\phi_{x}} + C_{ay}^{\phi_{x}} \big( z_{c}^{0} - z_{g} \big) \Big) - \Big( C_{az}^{0}y_{c}^{\phi_{x}} + C_{az}^{\phi_{x}} \big( y_{c}^{0} - y_{g} \big) \Big) \Big]; \quad (25)$$

$$b_{4}(p) = \frac{gJ_{yy}}{V^{2}}p^{2} + \frac{lbV^{2}\rho}{gm} \Big[ \Big( C_{az}^{0}x_{c}^{\phi_{y}} + C_{az}^{\phi_{y}} \big( x_{c}^{0} - x_{g} \big) \Big) - \Big( C_{ax}^{0}z_{c}^{\phi_{y}} + C_{ax}^{\phi_{y}} \big( z_{c}^{0} - z_{g} \big) \Big) \Big];$$

$$b_{5}(p) = \frac{gJ_{zz}}{V^{2}}p^{2} + \frac{lbV^{2}\rho}{gm} \Big[ \Big( C_{ax}^{0}y_{c}^{\phi_{z}} + C_{ax}^{\phi_{z}} \big( y_{c}^{0} - y_{g} \big) \Big) - \Big( C_{ay}^{0}x_{c}^{\phi_{z}} + C_{ay}^{\phi_{z}} \big( x_{c}^{0} - x_{g} \big) \Big) \Big].$$

Відповідно до теорії стійкості, система буде стійка за умови відсутності дійсних нулів багаточлена B(p), що можна тепер висловити у вигляді вимог до аеродинамічних характеристик екраноплану

$$\begin{pmatrix} C_{ay}^{0} z_{c}^{\varphi_{x}} + C_{ay}^{\varphi_{x}} \left( z_{c}^{0} - z_{g} \right) \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} C_{az}^{0} y_{c}^{\varphi_{x}} + C_{az}^{\varphi_{x}} \left( y_{c}^{0} - y_{g} \right) \end{pmatrix} > 0; \\ \begin{pmatrix} C_{az}^{0} x_{c}^{\varphi_{y}} + C_{az}^{\varphi_{y}} \left( x_{c}^{0} - x_{g} \right) \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} C_{ax}^{0} z_{c}^{\varphi_{y}} + C_{ax}^{\varphi_{y}} \left( z_{c}^{0} - z_{g} \right) \end{pmatrix} > 0; \\ \begin{pmatrix} C_{ax}^{0} y_{c}^{\varphi_{z}} + C_{ax}^{\varphi_{z}} \left( y_{c}^{0} - y_{g} \right) \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} C_{ay}^{0} x_{c}^{\varphi_{z}} + C_{ay}^{\varphi_{z}} \left( x_{c}^{0} - x_{g} \right) \end{pmatrix} > 0; \end{cases}$$
(26)

Критерії стійкості руху екраноплану. Для пояснення нерівностей (26) слід звернутися до раніше зазначених у статті вимог до аеродинаміки та геометрії літального апарату, що забезпечує виникнення сил та моментів на корпусі, що компенсують зовнішні збурення та приводять руху до опорного. По-перше візьмемо до уваги, що центр прикладання сумарної сили повинен збігатися з центром тяжіння екраноплана, інакше опорний рух не буде рівномірним і поступальним, тобто  $x_c^0 - x_g = 0$ ,  $y_c^0 - y_g = 0$ ,  $z_c^0 - z_g = 0$ . Також при опорному поступальному русі поперечна сила  $F_{az}$  дорівнює нулю, тобто  $C_{az}^0 = 0$ . Тоді нерівності (26) спрощуються

$$C_{ay}^{0} z_{c}^{\varphi_{x}} > 0;$$

$$C_{ax}^{0} z_{c}^{\varphi_{y}} < 0;$$

$$C_{ax}^{0} y_{c}^{\varphi_{z}} - C_{ay}^{0} x_{c}^{\varphi_{z}} > 0.$$
(27)

З'ясуємо зміст кожної з нерівностей. Розглянемо першу нерівність системи (27). Величина  $C_{ay}^{0} z_{c}^{\varphi_{x}} \varphi_{x}$  – це момент, зумовлений зміщенням центру прикладання підйомної сили на величину  $z_{c}^{\varphi_{x}} \varphi_{x}$  по осі Oz при нахиленні екраноплана на кут  $\varphi_{x}$  щодо осі Ox. Так як коефіцієнт  $C_{ay}^{0}$  завжди позитивний, то нахилення на негативний кут, тобто на ліве крило призводить до негативного зміщення центру прикладання підйомної сили; нахилення на позитивний кут, тобто на праве крило призводить до позитивного зміщення центру прикладання підйомної сили сили; нахилення на позитивний кут, тобто на праве крило призводить до позитивного зміщення центру прикладання підйомної сили (див. рис. 2, 3). Тобто у будь-якому випадку  $C_{ay}^{0} z_{c}^{\varphi_{x}} \varphi_{x} > 0$ . Перша нерівність (27) – це той самий момент, тільки для одиниці кута нахилення  $\varphi_{x}$ .

Розглянемо другу нерівність системи (27). Величина  $C_{ax}^{0} z_{c}^{\varphi_{y}} \varphi_{y}$  – це момент, зумовлений зміщенням центру прикладання сили опору на величину  $z_{c}^{\varphi_{y}} \varphi_{y}$  по осі Oz при повороті екраноплана на кут  $\varphi_{y}$  щодо осі Oy. Коефіцієнт  $C_{ax}^{0}$  завжди позитивний. Поперечна сила при нишпоренні виникає лише на вертикальному кермі. При  $\varphi_{y} > 0$ , тобто при повороті в бік лівого крила, момент, що виникає, буде відновлювати опорний рух, якщо центр прикладання сили опору  $z_{c}^{\varphi_{y}}$  зміститися в бік лівого крила, тобто  $z_{c}^{\varphi_{y}} < 0$ . І якщо  $\varphi_{y} < 0$ , поворот до правого крила, то і  $z_{c}^{\varphi_{y}}$  повинен зміститися в бік правого крила, тобто  $z_{c}^{\varphi_{y}} \varphi_{y}$  був таким, що відновлює збурений рух, необхідно задовольнити нерівність  $C_{ax}^{0} z_{c}^{\varphi_{y}} \varphi_{y} < 0$ . Друга нерівність (27) – це той самий момент, тільки для одиниці кута нишпорення  $\varphi_{y}$ .

Розглянемо третю нерівність системи (27). Величина  $(C_{ax}^0 y_c^{\varphi_z} - C_{ay}^0 x_c^{\varphi_z}) \varphi_z$  - це момент, об умовлений зміщенням центру докладання підйомної сили на величину  $x_c^{\varphi_z} \varphi_z$  по осі Ox та сили опору на величину  $y_c^{\varphi_z} \varphi_z$  по осі Oy при повороті на кут тангажу  $\varphi_z$  щодо осі Oz.

Очевидно, головним доданком у цій нерівності є  $-C_{ay}^0 x_c^{\varphi_z} \varphi_z$ , оскільки розміри екраноплана у бік осі Oy набагато менше розмірів вздовж осі Ox. Тому, щоб цей момент повертав апарат до опорного руху, потрібно виконання умови  $C_{ay}^0 x_c^{\varphi_z} \varphi_z < 0$ . При  $\varphi_z > 0$ , тобто при тангажі на хвіст, центр застосування підйомної сили зміщувався в хвіст, тобто  $x_c^{\varphi_z} < 0$ , і при тангажі на ніс,  $\varphi_z < 0$  і  $x_c^{\varphi_z} > 0$ . Третя нерівність (27) – це той самий момент, тільки для одиниці кута тангажу  $\varphi_z$ .

З (27) також видно, що перші похідні аеродинамічних коефіцієнтів явно в нерівності не присутні, а лише за допомогою участі у визначенні перших похідних координат центру застосування аеродинамічних сил (21).

**Висновки.** Побудовано лінійну математичну модель обуреного руху екраноплану щодо опорного стаціонарного поступального руху.

Побудовано вихрову модель несучої поверхні екраноплану, і на її основі створено методику розрахунку елементів лінійного розкладання аеродинамічних характеристик екраноплану та визначення координат центрів прикладання аеродинамічних сил по малих кутах крену, нишпорення та тангажу.

Отримано умови статичної стійкості руху екраноплану при малих збуреннях руху, обумовлених впливом збурень потоку повітря.

### СПИСОК ЛІТЕРАТУРИ

- 1. Мещеряков И.Н. Анализ особенностей движения экраноплана в боковом канале // Научный вестник МГТУ ГА. Серия «Эксплуатация воздушного транспорта. Безопасность полетов». 2009. № 149. С. 125-131.
- Вишвков Ю.Ф., Галушко Е.А. Математическая модель аэродинамики экраноплана в случае нестационарного обтекания на основе ansys // Актуальне проблемы авиации и космонавтики. Серия «Эксплуатация и надежность авиационной техники». – 2015. – С. 644-645.
- 3. Украинец Е.А., Корниенко А.П., Зимин В.А., Онищенко С.Д., Сметана С.Н., Крюченко А.Ю. Определение аэродинамических характеристик модели экраноплана в аэродинамической трубе Т-1 харьковского университета воздушных сил // Зб. наук. праць харківського університету повітряних сил. – 2014. – № 1(38). – С.57-60.
- 4. Белинский В.Г. О возмущенном движении экранопланов над взволнованной поверхностью моря // Прикладна гідромеханіка. – 2006. – Т. 8. – № 3. – С.3-15.

- 5. Галемин Е.К. Моделирование обтекания объемного крыла у экрана // Науковедение (електронний журнал).– 2017.– Т. 9.– № 2.– С.1-9. вилучено 3: http://naukovedenie.ru/pdf/90tvn217.pdf (доступ 10 жовтня 2021).
- 6. Мещеряков И.Н. Влияние конструктивных и режимных параметров на устойчивость экраноплана вблизи опорной поверхности // Научный вестник МГТУ ГА. – 2010. – № 151. – С.175-180.
- 7. Мещеряков И.Н. Математическая модель динамики продольного движения экраноплана с учетом влияния волны // Научный вестник МГТУ ГА. – 2009. – № 138. – С. 230-234.
- 8. Пастухов А.И., Галемин Е.К. К задаче о крыле, движущемся вблизи экранирующей поверхности // Вестник МГТУ им. Н.Э. Баумана. Сер. «Машиностроение». – 2007. – № 2. – С.3-7.
- 9. Иродов Р.Д. Критерии продольной устойчивости экраноплана // Ученые записки ЦАГИ. – 1970. –Т. 1. – № 4. – С.63-72.
- 10. Грязин В.Е., Стрелков В.В. Устойчивость, управляемость и принципы автоматизации управления экранопланом на крейсерском режиме полета // Ученые записки ЦАГИ. 2004. Т.35. № 3-4. С.79-90.
- 11. Суржик В.В. Моделирование динамики экраноплана // Вестник ИрГТУ. 2006. № 2 (26). С.155-158.
- 12. Княжский А.Ю., Небылов А.В., Небылов В.А. Увеличение аэродинамического качества экраноплана за счет огибания волн // Ннформационно управляющие системы. – 2017. – № 6. – С.24-28.
- 13. Тимербулатов А.М. Расчет обтекания крыла конечной толщины потоком невязкой несжимаемой жидкости в присутствии экрана // Ученые записки ЦАГИ. – 1985. – Т. 16. – № 6. – С. 28-35.

#### REFERENCE

- 1. Mescheryakov I.N. (2009) Aanaliz osobennostey dvizheniya ekranoplana v bokovom kanale [Analysis of the features of the ekranoplan motion in the side channel]. Nauchnyiy vestnik MGTU GA no.149, pp 125-131.
- Vshivkov Yu. F., Galushko E.A. (2015) Matematicheskaya model aerodinamiki ekranoplana v sluchae nestatsionarnogo obtekaniya na osnove ansy [Mathematical model of ekranoplan aerodynamics in the case of nonstationary flow on the basis of ansys]. Aktualnyie problemyi aviatsii i kosmonavtiki, ser. «kspluatatsiya i nadezhnostь aviatsionnoy tehniki», pp. 644-645.

- Ukrainets E.A., Kornienko A.P., Zimin V.A., Onischenko S.D., Smetana S.N., Kryuchenko A.Yu. (2014) Opredelenie aerodinamicheskih harakteristik modeli ekranoplana v aerodinamicheskoy trube t-1 harkovskogo universiteta vozdushnyih sil [Determination of the aerodynamic characteristics of the ekranoplane model in the T-1 wind tunnel of the kharkov university of air forces]. Zbirnik naukovih prats harkivskogo universitetu povitryanih sil, no. 1(38), pp. 57-60.
- 4. Belinskiy V.G. (2006) O vozmuschennom dvizhenii ekranoplanov nad vzvolnovannoy poverhnostbyu morya [Study of the dynamic characteristics of the ekranoplan on the takeoff mode]. Prikladna gidromehanika, vol. 8, no. 3. pp. 3-15.
- Galemin E.Kh. (2017) Modelirovanie obtekaniya obъemnogo kryila u ekrana [on disturbed movement of ekranoplanes over the waved surface of the sea]. Naukovedenie (electronic journal), vol. 9, no. 2, pp 1-9. Retrieved from: ttp://naukovedenie.ru/pdf/90tvn217.pdf (accessed 10 october 2021)
- 6. Mescheryakov I.N. (2010) Vliyanie konstruktivnyih i rezhimnyih parametrov na ustoychivostь ekranoplana vblizi opornoy poverhnosti [Influence of design and mode parameters on the stability of the ekranoplan near the support surface]. Nauchnyiy vestnik MGTU GA no. 151, pp. 175-180.
- 7. Mescheryakov I.N. (2009) Matematicheskaya model' dinamiki prodolnogo dvizheniya ekranoplana s uchetom vliyaniya volnyi [Mathematical model of the dynamics of the longitudinal movement of the ekranoplan, taking into account the influence of the wave]. Nauchnyiy vestnik MGTU GA no. 138, pp. 230-234.
- 8. Pastuhov A.I., Galemin E.Kh. (2007) K zadache o kryile, dvizhuschemsya vblizi ekraniruyuschey poverhnosti [On the problem of a wing moving near a screening surface]. Vestnik MGTU im. N.E. Baumana. ser. «Mashino-stroenie». no. 2, pp. 3-7.
- 9. IrodovR.D. (1970) Kriterii prodol'noy ustoychivosti ekranoplana [criteria for longitudinal stability of ekranoplan]. Uchenyie zapiski TSAGI. vol. 1, no. 4, pp. 63-72.
- 10. Gryazin V.E., Strelkov V.V. (2004) Ustoychivostь, upravlyaemost' i printsipy avtomatizatsii upravleniya ekranoplanom na kreyserskom rezhime poleta [Stability, control, and principles of automation of ekranoplan control in cruise flight mode]. Uchenyie zapiski TSAGI. vol. 35, no. 3-4, pp. 79-90.
- 11. Surzhik V.V.(2006) Modelirovanie dinamiki ekranoplana [Simulation of the dynamics of the ekranoplan]. Vestnik IRGTU, no. 2 (26), pp. 155-158.

- 12. Knyazhskiy A.Yu., Nebyilov A.V., Nebyilov V.A. (2017). Uvelichenie aerodinamicheskogo kachestva ekranoplana za schet ogibaniya voln [Increasing the aerodynamic quality of the ekranoplan due to wave bending]. Informatsionno upravlyayuschie sistemyi, no. 6, pp. 24-28.
- 13. Timerbulatov A.M. (1985) Raschet obtekaniya kryila konechnoy tolschinyi potokom nevyazkoy neszhimaemoy zhidkosti v prisutstvii ekrana [calculation of the flow around a wing of finite thickness by a flow of a nonviscous incompressible fluid in the presence of a screen]. Uchenyie zapiski TSAGI, vol. 16, no. 6, pp. 28-35.

Стаття надійшла до редакції 15.03.2022

Посилання на статтю: Качур Д.Р., Голіков В.В., Косой М.Б. Задача про стійкий рух екраноплану при стаціонарному поздовжньому переміщенні на висоті h і малих обуреннях по кутах тангажу, крену та висоті польоту // Вісник Одеського національного морського університету: Зб. наук. праць, 2023. № 1 (68). С. 27-52. DOI 10.47049/ 2226-1893-2023-1-27-52.

Article received 15.03.2022

**Reference a JournalArtic: Kachur D., Golikov V. Kosoy M.** The problem of steady motion of a ground effect vessel under stationary longitudinal motion at altitude H and small perturbations in pitch, roll and flight altitude // Herald of the Odessa national maritime university. Coll. scient. works, 2023. No 1 (68). 27-52. DOI 10.47049/ 2226-1893-2023-1-27-52.