УДК 629.5.01
DOI 10.47049/2226-1893-2023-2-24-52

ЗАДАЧА ПРО РУХ ЕКРАНОПЛАНА ПО КРУГОВІЙ ТРАЄКТОРІЇ, СТІЙКИЙ ДО МАЛИХ ЗБУРЕНЬ

Д.Р. Качур
аспірант кафедри кафедри керування судном
ORCID: 0000-0003-4303-3067
e-mail: kachur9598@gmail.com
В.В. Голіков
д.т.н., професор кафедри керування судном
ORCID: 0000-0003-1591-3016

Національний університет «Одеська морська академія», Одеса, Україна

М.Б. Косой
к.т.н., доц. кафедри механіки, автоматизації та інформаційних технологій
e-mail: michail@onu.edu.ua

Одеський національний університет ім. І.І. Мечникова, Одеса, Україна

Анотація. *У статті розглянуто задачу про рух екраноплану по круговій траєкторії, стійкий до малих збурень повітряного потоку, обумовлених збуреннями водяної поверхні.*

Розглянуто якісну картину взаємовпливу водної поверхні та корпусу, що призводить до появи кутів крену, нишпорення та тангажу, а також умови для компенсуючих сил і моментів, що повертають корпус у пряме положення.

Модифікована вихрова модель несучих поверхонь апарата у зоні впливу екрану.

Запропонована модель дозволяє представити вектор швидкості екраноплана лінійною функцією малих кутів крену, нишпорення та тангажу, а, отже, представити лінійними функціями цих кутів аеродинамічні сили та їх точки зосередження на корпусі.

На основі цієї моделі сформульовано кількісні критерії рівномірного руху екраноплану по круговій траєкторії а також критерії сталого до малих збурень руху у вигляді алгебраїчних нерівностей.

Ключові слова: *стійкий рух екраноплану, стаціонарний круговий рух, малі збурення, крен, тангаж, висота польоту.*

УДК 629.5.01
DOI 10.47049/2226-1893-2023-2-24-52

THE PROBLEM OF CIRCULAR MOTION OF A SURFACE-EFFECT CRAFT, RESISTANT TO SMALL PERTURBATIONS

D. Kachur
Postgraduate student, Ship control department
ORCID: 0000-0003-4303-3067
e-mail:kachur9598@gmail.com

V. Golikov
Dr. of science, Professor, Ship handling department
ORCID:0000-0003-1591-3016

National University «Odesa maritime academy», Odesa, Ukraine

M. Kosoy
Phd., Assosiate professor,Department of Mechanics, Automation
and Information Technologies
e-mail:michail@onu.edu.ua

Odesa National university named after Ilya Mechnikov, Odesa,Ukraine

Abstract. *The article deals with the problem of the movement of a ground effect vehicle along a circular trajectory, resistant to small air flow disturbances caused by water surface disturbances. A studied the qualitative attitude of the interaction of the water surface and the hull, which leads to the emergence of roll, yaw and pitch angles, as well as conditions for compensating forces and moments that return the hull to a straight position, is considered. Modified vortex model of the supporting surfaces of the device in the zone of influence of the screen. The proposed model makes it possible to represent the speed vector of the ground effect vehicle as a linear function of small angles of roll, yaw and pitch, and, therefore, to represent the aerodynamic forces and their application points on the body as linear functions of these angles. On the basis of this model, quantitative criteria for the uniform movement of an ground effect vehicle along a circular trajectory, as well as criteria for stable movement up to small disturbances in the form of algebraic inequalities are formulated.*

Keywords: *steady motion of the ground effect vessel, stationary circular motion, small disturbances, roll, pitch, flight altitude.*

Як продовження дослідження, розпочатого в роботі [1], у статті розглянуто задачу про рух екраноплана по круговій траєкторії, стійкий до малих зовнішніх збурень. Особливості експлуатації екраноплана, а саме мала висота його польоту над водною поверхнею, роблять його рух особливо чутливим до збурень, що їх вносять схвильованою водною поверхнею в повітряний потік у безпосередній близькості від апарата. Ці збурення призводять до змін сил і точок їхнього зосередження на поверхні апарата, і відповідно, до збурень його руху по опорній траєкторії. Зі свого боку і сам екраноплан вносить збурення в потік. Такі процеси зі зворотним зв'язком нелінійні, і для розв'язання задачі про рух екраноплана круговою траєкторією в загальному випадку необхідно розв'язувати сполучну задачу про рух і взаємодію апарата з повітряним потоком. Задачі такої складності розв'язують методами фізичного і чисельного експерименту. У роботі [5] наведено огляд експериментальних досліджень у дозвуковій аеродинамічній лабораторії, спрямованих на визначення АДХ і аеродинамічного компонування екраноплана з максимально досяжною аеродинамічною якістю. Отримані результати використовували для перевірки та коригування математичних моделей руху екраноплана і на їхній основі створено програмні середовища проектування екраноплана за допомогою ЕОМ [2; 3; 4]. Як чисельний, так і фізичний експеримент дають змогу вивчати рухи екраноплана, що описуються нелінійними моделями, і результати цих досліджень добре узгоджуються. У роботах [6; 7] методами CFD отримано АДХ крилових профілів і характеристик стійкості їх руху в зоні впливу екрана залежно від кута тангажу і висоти. Однак за цими результатами досить складно скласти критерії успішного компонування, вираженого у формі співвідношення величин аеродинамічних сил, точок їхнього прикладання і параметрів органів управління апаратом. Для нелінійних моделей таку форму отримати вкрай складно. Але для випадку малих збурень руху екраноплана задачу можна лінеаризувати і розділити на дві частини: аеромеханічну задачу визначення сил і моментів, що діють на апарат, і задачу про рух апарату під дією цих сил. Обмеження методу на лінійний випадок не повинно зупиняти, оскільки стійкість під час малих маневрів є необхідною умовою експлуатації екраноплана.

Розглянемо постановку цих завдань. Аеромеханічну задачу ставлять як задачу про визначення сил і моментів, що діють на екраноплан із заданою конфігурацією рулів і елеронів у повітряному потоці над екраном. Розв'язанням цієї задачі є залежності коефіцієнтів сил і моментів від кутів перекладки елеронів, вертикального і горизонтального керма, тангажу, крену і рискання. Задачу про рух екраноплана також слід розбити на дві:

- перша задача про сталий рух круговою траєкторією заданого радіуса під дією аеродинамічних сил і сил тяги – задача про статичну стійкість. З її розв'язання визначають необхідні кути перекладки елеронів, вертикального і горизонтального керма, кути тангажу і крену, за яких можливий такий рух;
- друга задача про несталий рух біля опорної кругової траєкторії під дією малих збурень у потоці – задача про динамічну стійкість. За результатами розв'язання цієї задачі з'ясовуються критерії стійкості руху апарата до малих збурень.

Тут слід зазначити, що цю методику визначення стійкості можна використовувати для перевірки вибору аеродинамічного компонування екраноплана, як готового, так і на етапі проектування.

Система рівнянь руху екраноплана по круговій траєкторії

Досліджується рух екраноплана по круговій траєкторії радіуса $\mathrm{R_O}$ над водною поверхнею на висоті h_0 з лінійною швидкістю $\overline{V}_э$. Збурення потоку, зумовлені рухом водної поверхні, спричиняють зміни аеродинамічних сил, що діють на екраноплан, що позначається на кінематичних характеристиках його руху, а саме змінюватимуться в часі кути крену φ_x, нишпорення φ_y і тангажу φ_z, а також значення проекцій v_x, v_y, v_z лінійної швидкості на вісі системи Oxyz, пов'язаної з екранопланом. Для опису математичної моделі задачі введені наступні системи відліку:

– нерухома $Gx_0y_0z_0$;

– рухома $\mathrm{O}\xi\eta\zeta$ пов'язана з екранопланом в центрі тяжіння O, який рухається по заданій круговій траєкторії радіуса $\mathrm{R}_э$ а площина $\mathrm{O}\xi\zeta$ лишається паралельною до площини $G\mathrm{x}_0\mathrm{z}_0$, $\overline{\omega}_\mathrm{O} = \left(0, \dfrac{V_э}{\mathrm{R}_э}, 0\right)$ – це кутова швидкість обертання радіус-вектора $\overline{r}_O$ точки O навколо осі Gy_0 в координатах системи $G\mathrm{x}_0 y_0 z_0$;

– рухома Oxyz, нерухомо пов'язана з екранопланом.

Матриці $\mathrm{A}_\xi^{\mathrm{x}_0}$ перетворення координат (x_0, y_0, z_0) в координати (ξ, η, ς) і $\mathrm{A}_\mathrm{x}^\xi$ перетворення координат (ξ, η, ς) в координати (x, y, z) при малих кутах крену φ_x, нишпорення φ_y і тангажу φ_z мають наступний вигляд:

$$\mathrm{A}_\xi^{\mathrm{x}_0} = \begin{Vmatrix} -\cos(\omega_\mathrm{O} t) & 0 & -\sin(\omega_\mathrm{O} t) \\ 0 & 1 & 0 \\ \sin(\omega_\mathrm{O} t) & 0 & -\cos(\omega_\mathrm{O} t) \end{Vmatrix}; \qquad \mathrm{A}_x^\xi = \begin{Vmatrix} 1 & -\varphi_z(t) & \varphi_y(t) \\ \varphi_z(t) & 1 & -\varphi_x(t) \\ -\varphi_y(t) & \varphi_x(t) & 1 \end{Vmatrix}. \qquad (1)$$

В координатах системи Oxyz кутова швидкість обертання радіус-вектора $\overline{r}_O$ дорівнює $\overline{\omega}^O = \overline{\omega}_\mathrm{O} A_\xi^{x_0} A_x^\xi$, а відносна кутова швидкість екраноплана дорівнює $\overline{\omega} = (\dot{\varphi}_x, \dot{\varphi}_y, \dot{\varphi}_x)$. Тоді абсолютна кутова швидкість дорівнює

$$\overline{\omega}_э = (\omega_x, \omega_y, \omega_z) = \left(|\omega_o|\varphi_z + \dot{\varphi}_x,\ |\omega_o| + \dot{\varphi}_y,\ -|\omega_o|\varphi_x + \dot{\varphi}_z\right).$$

Припускаємо, що збурення руху малі та складемо систему лінійних рівнянь руху екраноплану в системі Oxyz. Введемо означення:

– $\overline{\mathrm{V}} = (v_x, v_y, v_z) = (\dot{q}_1, \dot{q}_2, \dot{q}_3)$;

– $\overline{\Omega} = (\omega_x, \omega_y, \omega_z) = (\dot{q}_4, \dot{q}_5, \dot{q}_6)$;

– $\mathbf{J} = |J_{ij}|$ - тензор інерції екраноплана;

– $\mathbf{\Lambda} = \left|\lambda_{pr}\right|$ - тензор приєднаних мас повітря для екраноплана.

– m – маса екраноплана.

В цих означеннях вектори кількості руху і кінетичного моменту представляються наступним чином:

$$\begin{cases} \mathbf{K} = m\bar{V} + \sum\limits_{r=1}^{6} \lambda_{pr}\dot{q}_r,\ p = 1..3 \\ \mathbf{L} = \mathbf{J}\bar{\Omega} + \sum\limits_{r=1}^{6} \lambda_{pr}\dot{q}_r,\ p = 4..6 \end{cases} \tag{2}$$

Тоді в рухомій системі координат Oxyz система рівнянь руху має вигляд:

$$\begin{cases} m\dot{\bar{V}} + \sum\limits_{l=1}^{6} \lambda_{kl}\ddot{q}_l\bar{i}_k + \bar{\Omega} \times \left(m\bar{V} + \sum\limits_{l=1}^{6} \lambda_{kl}\dot{q}_l\bar{i}_k \right) = \bar{F} + \bar{\delta},\ k = 1..3 \\ \mathbf{J}\dot{\bar{\Omega}} + \sum\limits_{l=1}^{6} \lambda_{kl}\ddot{q}_l\bar{i}_k + \bar{\Omega} \times \left(\mathbf{J}\bar{\Omega} + \sum\limits_{l=1}^{6} \lambda_{kl}\dot{q}_l\bar{i}_k \right) + \bar{V} \times \sum\limits_{l=1}^{6} \lambda_{kl}\dot{q}_l\bar{i}_k = \bar{M} + \bar{\sigma},\ k = 4..6 \end{cases} \tag{2'}$$

де $\bar{F}$ і $\bar{M}$ вектори зовнішніх сил и моментів, а $\bar{\delta}$ і $\bar{\sigma}$ малі збурення. Припускаємо величини $\dot{q}_p$ малими і нехтуємо доданками $\dot{q}_p\dot{q}_r$ в (2'), отримуємо систему лінійних рівнянь руху екраноплана

$$\begin{cases} (m+\lambda_{11})\ddot{q}_1 + \lambda_{12}\ddot{q}_2 + \lambda_{13}\ddot{q}_3 + \lambda_{14}\left(\left|\bar{\omega}_O\right|\dot{q}_6 + \ddot{q}_4\right) + \\ \qquad + \lambda_{15}\ddot{q}_5 - \lambda_{16}\left(\left|\bar{\omega}_O\right|\dot{q}_4 - \ddot{q}_6\right) = F_x + \delta_x \\ \lambda_{21}\ddot{q}_1 + (m+\lambda_{22})\ddot{q}_2 + \lambda_{23}\ddot{q}_3 + \lambda_{24}\left(\left|\bar{\omega}_O\right|\dot{q}_6 + \ddot{q}_4\right) + \\ \qquad + \lambda_{25}\ddot{q}_5 - \lambda_{26}\left(\left|\bar{\omega}_O\right|\dot{q}_4 - \ddot{q}_6\right) = F_y + \delta_y \\ \lambda_{31}\ddot{q}_1 + \lambda_{32}\ddot{q}_2 + (m+\lambda_{33})\ddot{q}_3 + \lambda_{34}\left(\left|\bar{\omega}_O\right|\dot{q}_6 + \ddot{q}_4\right) + \\ \qquad + \lambda_{35}\ddot{q}_5 - \lambda_{36}\left(\left|\bar{\omega}_O\right|\dot{q}_4 - \ddot{q}_6\right) = F_z + \delta_z \\ \lambda_{41}\ddot{q}_1 + \lambda_{42}\ddot{q}_2 + \lambda_{43}\ddot{q}_3 + (J_{xx}+\lambda_{44})\left(\left|\bar{\omega}_O\right|\dot{q}_6 + \ddot{q}_4\right) + \\ \qquad + (J_{xy}+\lambda_{45})\ddot{q}_5 - (J_{xz}+\lambda_{46})\left(\left|\bar{\omega}_O\right|\dot{q}_4 - \ddot{q}_6\right) = M_x + \sigma_x \\ \lambda_{51}\ddot{q}_1 + \lambda_{52}\ddot{q}_2 + \lambda_{53}\ddot{q}_3 + (J_{yx}+\lambda_{54})\left(\left|\bar{\omega}_O\right|\dot{q}_6 + \ddot{q}_4\right) + \\ \qquad + (J_{yy}+\lambda_{55})\ddot{q}_5 - (J_{yz}+\lambda_{56})\left(\left|\bar{\omega}_O\right|\dot{q}_4 - \ddot{q}_6\right) = M_y + \sigma_y \\ \lambda_{61}\ddot{q}_1 + \lambda_{62}\ddot{q}_2 + \lambda_{63}\ddot{q}_3 + (J_{zx}+\lambda_{64})\left(\left|\bar{\omega}_O\right|\dot{q}_6 + \ddot{q}_4\right) + \\ \qquad + (J_{zy}+\lambda_{65})\ddot{q}_5 - (J_{zz}+\lambda_{66})\left(\left|\bar{\omega}_O\right|\dot{q}_4 - \ddot{q}_6\right) = M_z + \sigma_z \end{cases} \tag{3}$$

Тут слід зупиниться на одній обставині. Оскільки екраноплан рухається на малій висоті від поверхні, порядку довжини хорди крила, то він обмежений у кутах крену не небезпекою втрати підйомної сили, а дотиком поверхні води крилом. Обмеження на крен зумовлюють обмеження на величину кута відхилення елеронів, і, як наслідок, на величину радіусу траєкторії, якою рухається екраноплан. Для стабілізації руху також будуть задіяні вертикальні та горизонтальні рулі. Тобто зміниться геометрія апарату та його тензор інерції. З огляду на обмеження на величини кутів відхилення рулів і елеронів, можна вважати, що зміни компонентів тензора інерції будуть лінійними щодо цих кутів. Позначимо тензор інерції екраноплана за нульових відхилень рулів і елеронів $\mathbf{J}_0$. Тоді тензор інерції з відхиленими елементами управління має виглд $\mathbf{J} = \mathbf{J}_0 + \dot{\mathbf{J}}_\alpha \alpha + \dot{\mathbf{J}}_\beta \beta + \dot{\mathbf{J}}_\gamma \gamma$, де α, β, γ – кути відхилення елеронів, вертикального и горизонтального керма відповідно.

Розглянемо сили, що діють на екраноплан. Насамперед це сила тяги двигунів, вплив повітряного середовища на фюзеляж і крила, сила тяжіння. Вплив середовища на рух екраноплана зумовлений в'язкістю і його формою. Коефіцієнт в'язкого опору залежить від величини безрозмірної швидкості, площі та шорсткості поверхні корпусу і практично не схильний до змін, викликаних малими збуреннями середовища. Коефіцієнти сил і моментів, зумовлених формою апарата, піддаються змінам більшою мірою, оскільки збурення впливають на розподіл тиску поверхнею корпусу. Характер взаємовпливу середовища й апарата дуже складний: середовище змінює положення і рух екраноплана, це, своєю чергою, створює додаткові аеродинамічні сили і моменти, які мають або компенсаторний характер і роблять рух стійким, або посилюють неузгодженість опорних і поточних параметрів руху, роблячи його нестійким. У другому випадку необхідно створити на корпусі додаткові сили і моменти, що повертають параметри руху в допустимі межі зміни. Це досягається використанням засобів управління – елеронів, керма тощо, тобто зміною форми екраноплана. Ця зміна, своєю чергою, позначиться на аеродинамічних силі та моменті на корпусі.

Задача про статичну стійкість руху екраноплана

З'ясуємо необхідні умови для усталеного руху екраноплана по круговій траєкторії за відсутності збурень $\delta_x, \delta_y, \delta_z, \sigma_x, \sigma_{y,}\ \sigma_z$. Для можливості такого руху на апарат має діяти наведена сила, спрямована за нормаллю до траєкторії всередину її увігнутості, а наведений момент має дорівнювати нулю. В авіації, а екраноплан конструктивно використовує аеромеханічний принцип руху і керування, ця сила створюється за допомогою елеронів. Це рухомі елементи крила, що зазвичай встановлюються на його задній кромці на кінцях. Механізм виникнення доцентрової сили полягає в такому. Антисиметричним відхиленням на лівому і правому крилі створюються різні підйомні сили, $\overline{\mathrm{R}}^{\text{л}}$ і $\overline{\mathrm{R}}^{\text{п}}$ відповідно. Ця пара сил створює обертаючий навколо осі Gx момент. Апарат починає крениться і підйомні сили на обох крилах отримують компоненти $\overline{\mathrm{R}}_\varsigma^{\text{л}}$ і $\overline{\mathrm{R}}_\varsigma^{\text{п}}$ в площині горизонту $O\xi\zeta$, направленні в сторону обертання, тобто в сторону увігнутість траєкторії.

Обертання триватиме доти, доки вплив опорної поверхні не позначиться на зростанні підйомної сили на крилі, що опустилося, і величина моменту, що кренить, не дорівнюватиме нулю. Однак відхилення елеронів від нейтрального положення створюють ще й інші ефекти, що впливають на рух екраноплана. Для врахування цих ефектів необхідно з'ясувати, які ще сили і моменти виникають внаслідок відхилення елеронів, які рухи вони спричиняють, чи виникають внаслідок цих рухів компенсуючи чинники, і як за допомогою решти елементів керування апаратом можна домогтися стаціонарного руху по круговій траєкторії. Для цього проведемо якісний аналіз виникнення сил і моментів на конструктивних елементах екраноплана.

Для зміни підйомної сили на кожному крилі елерони відхиляються антисиметрично, тим самим змінюється кривизна профілю кожного крила й аеродинамічні коефіцієнти в кінцевих перерізах. У результаті, змінюються і результуючі аеродинамічні характеристики: на крилі з опущеним елероном підйомна сила $\overline{R}^{л}_{\eta}$ зростає (порівняно з профілем з не відхиленим елероном), на крилі з піднятим елероном сила $\overline{R}^{п}_{\varsigma}$ зменшується. Також належить очікувати і зміни сил опору $\overline{R}^{л}_{\xi}$ і $\overline{R}^{п}_{\xi}$, а також точок їхнього прикладання на крилах. Експериментальні дослідження підтверджують цей факт: сила опору на крилі з піднятим елероном більша, ніж на крилі з опущеним елероном. Це пов'язано зі зміщенням вихрової зони до передньої частини крила з піднятим елероном.

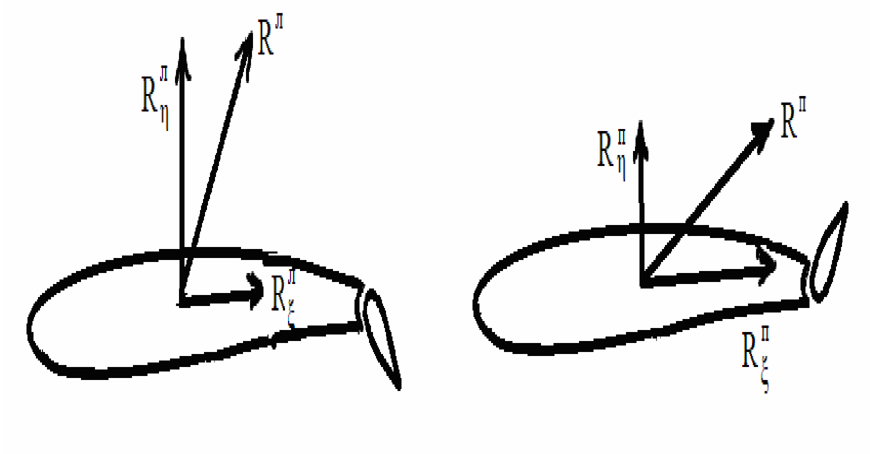

Рис.1

Тобто у цього крила зменшується аеродинамічна якість, у іншого крила воно зростає. Пара сил $\overline{R}^{л}_{\xi}$ і $\overline{R}^{п}_{\xi}$ створює момент $\overline{M}_{\eta}$ відносно осі $O\eta$. Тому крен апарата в сторону обертання супроводжується виникненням його обертання навколо $O\eta$. Несиметричне обтікання екраноплана створить на корпусі додаткові сили та моменти, що можуть як сповільнювати, так і прискорювати деякі компоненти обертального та поступального руху апарата. Зокрема, можуть виникати небажані ефекти тангажу через зміну положення точок прикладання сил, або ковзання в бік кривизни траєкторії. Перекладкою вертикального і горизонтальних рулів можна нівелювати небажані рухи. Відхилення вертикального керма в бік траєкторії створює силу $\overline{\mathrm{R}}_2$, що зумовлює момент, протилежний моменту $\overline{\mathrm{M}}_\eta$ і додасть лобового опору. Керування горизонтальним кермом створює силу $\overline{\mathrm{R}}_1$, яка також додає лобовий опір і обумовлює момент, що нівелює тангаж. У загальному випадку, компоненти сил і моментів на осі пов'язаної з екранопланом системи координат $Oxyz$ наступні:

$$\begin{cases} \mathrm{F_x} = P - \left(R_\mathrm{x} + R_{1x} + R_{2x} + R_\text{тр}\right); \\ \mathrm{F_y} = R_y + R_{1y} - mg; \\ \mathrm{F_z} = R_z + R_{2z} - mg\phi_x; \end{cases} \qquad \begin{cases} \mathrm{M_x} = \mathrm{M}_x + \mathrm{M}_{2x}; \\ \mathrm{M_y} = \mathrm{M_y} + \mathrm{M}_{2y}; \\ \mathrm{M_z} = \mathrm{M}_z + \mathrm{M}_{1z} + \mathrm{M}_{2z}, \end{cases} \tag{4}$$

де $\overline{R} = \overline{R}_n + \overline{R}_л$, $R_\text{тр} = 0.5 C_\text{тр} \rho \mathrm{S_э V^2}$ – сила тертя, а $\overline{\mathrm{M}} = \overline{\mathrm{M}}_\text{п} + \overline{\mathrm{M}}_\text{л}, \overline{\mathrm{M}}_1, \overline{M}_2$ – моменти відповідних сил у зв'язаній системі Oxyz. Перетворимо систему (3) для випадку руху екраноплана круговою траєкторією з постійною лінійною швидкістю без тангажу і рискання, т.е. $\varphi_y = \varphi_z = 0$, $\dot{\varphi}_\mathrm{x} = \dot{\varphi}_y = \dot{\varphi}_z = 0$. Оскільки його доцентрове прискорення спрямоване вздовж осі $O\zeta$, то прискорення в системі Oxyz дорівнює $\dot{\overline{\mathrm{v}}} = \left(0, 0, \left|\omega_э\right|^2 \mathrm{R}_э\right) A_i^\xi = \left(0, \dfrac{\mathrm{V}_э^2}{\mathrm{R}_э}\varphi_x, \dfrac{\mathrm{V}_э^2}{\mathrm{R}_э}\right)$. Сили $\overline{\mathrm{R}}_\text{п}, \overline{\mathrm{R}}_\text{л}, \overline{\mathrm{R}}_1, \overline{R}_2$ і моменти $\overline{\mathrm{M}}_n, \overline{\mathrm{M}}_л, \overline{\mathrm{M}}_1, \overline{\mathrm{M}}_2$ залежать від кутів α, β, γ перекладки елеронів, керма и кута крену φ_x. Беручи до уваги малі значення α, β, γ і φ_x, ця залежність буде лінійною. Сили і моменти на вертикальному і горизонтальних рулях від кута φ_x залежать слабко, оскільки в екранопланів ці рулі розташовані досить високо над поверхнею і визначається в результаті розв'язання аеромеханічної задачі про обтікання однорідним потоком екраноплана із заданими значеннями кутів α, β, γ і φ_x.

$$\begin{aligned} &\overline{\mathrm{R}}_\text{п} = \overline{\mathrm{R}}_0^\text{п} + \dot{\overline{\mathrm{R}}}_\alpha^n \alpha + \dot{\overline{\mathrm{R}}}_{\phi_x}^n \phi_x; && \overline{\mathrm{M}}_\text{п} = \overline{\mathrm{M}}_0^\text{п} + \dot{\overline{\mathrm{M}}}_\alpha^n \alpha + \dot{\overline{\mathrm{M}}}_{\phi_x}^n \phi_x; \\ &\overline{\mathrm{R}}_\text{л} = \overline{\mathrm{R}}_0^\text{л} + \dot{\overline{\mathrm{R}}}_\alpha^л \alpha + \dot{\overline{\mathrm{R}}}_{\phi_x}^л \phi_x; && \overline{\mathrm{M}}_\text{л} = \overline{\mathrm{M}}_0^\text{л} + \dot{\overline{\mathrm{M}}}_\alpha^л \alpha + \dot{\overline{\mathrm{M}}}_{\phi_x}^л \phi_x; \\ &\overline{\mathrm{R}}_1 = \overline{\mathrm{R}}_0^1 + \dot{\overline{\mathrm{R}}}_\beta^1 \beta; && \overline{\mathrm{M}}_1 = \overline{\mathrm{M}}_0^1 + \dot{\overline{\mathrm{M}}}_\beta^1 \beta; \\ &\overline{\mathrm{R}}_2 = \overline{\mathrm{R}}_0^2 + \dot{\overline{\mathrm{R}}}_\gamma^2 \gamma; && \overline{\mathrm{M}}_2 = \overline{\mathrm{M}}_0^2 + \dot{\overline{\mathrm{M}}}_\gamma^2 \gamma. \end{aligned} \tag{5}$$

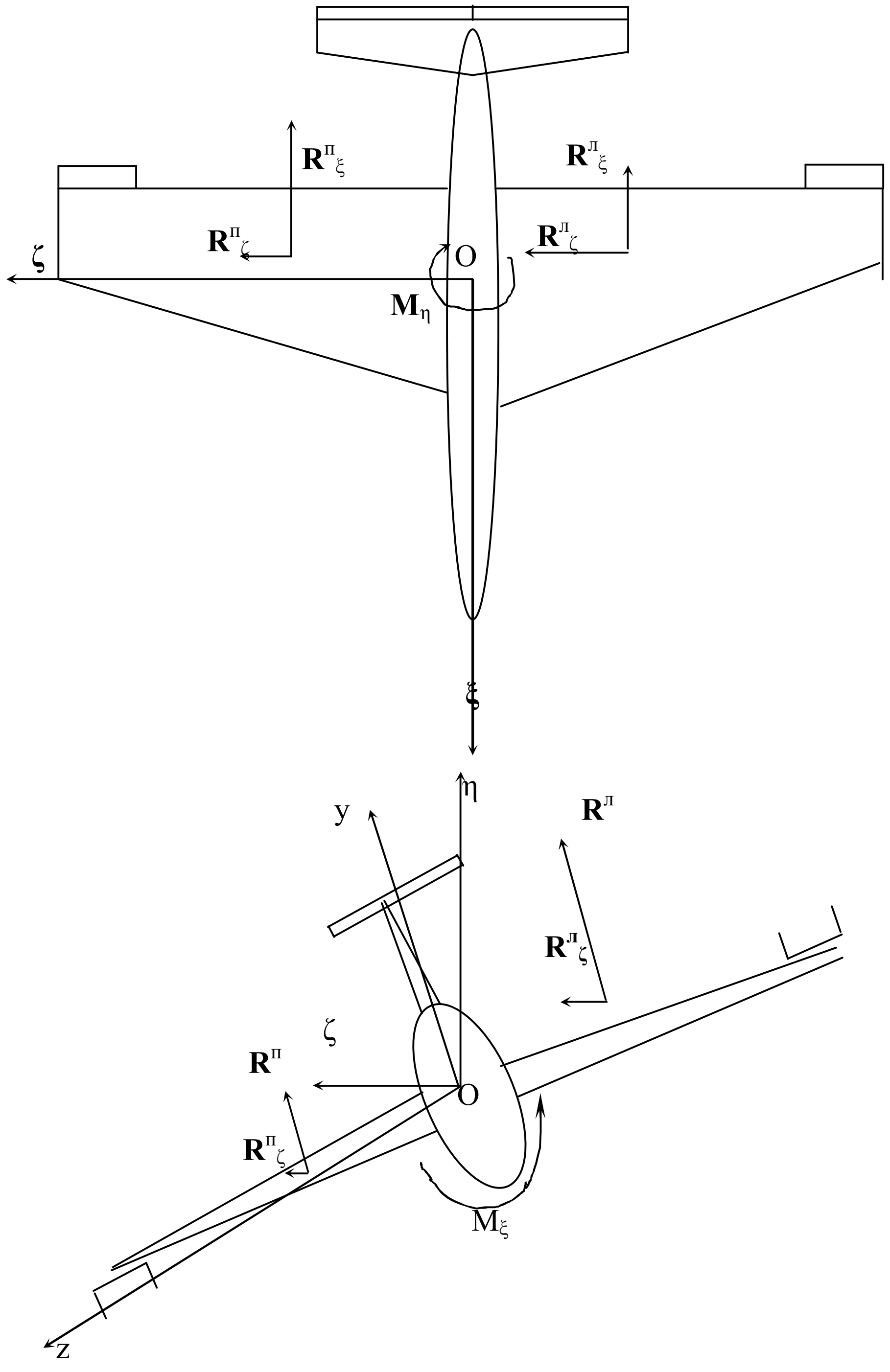
$\mathbf{R}^{п}{}_{\xi}$
$\mathbf{R}^{л}{}_{\xi}$
ζ
$\mathbf{R}^{п}{}_{\zeta}$
O
$\mathbf{R}^{л}{}_{\zeta}$
$\mathbf{M}_{\eta}$
ξ
η
y
$\mathbf{R}^{л}$
$\mathbf{R}^{л}{}_{\zeta}$
ζ
$\mathbf{R}^{п}$
O
$\mathbf{R}^{п}{}_{\zeta}$
M_{ξ}
z

Рис. 2

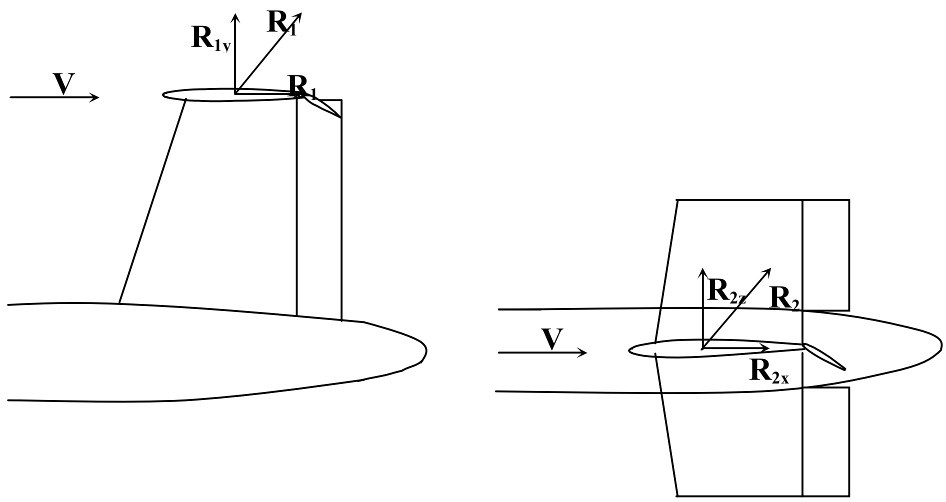

Рис.3

Слід урахувати, що в (5) доданки з нульовим нижнім індексом належать до сил і моментів за нульових значень α, β, γ і φ_x, тобто при поступальному сталому русі. Тоді $\left(\overline{\mathrm{R}}_0^1\right)_z = \left(\overline{\mathrm{R}}_0^2\right)_z = \left(\overline{\mathrm{R}}_0^{п}\right)_z = \left(\overline{\mathrm{R}}_0^{л}\right)_z = 0$, $\left(\overline{\mathrm{R}}_0^1\right)_y = \left(\overline{\mathrm{R}}_0^2\right)_y = 0$, $\left(\dot{\overline{\mathrm{R}}}_\varphi\right)_z = 0$, $\overline{\mathrm{M}}_0^{п} = \overline{\mathrm{M}}_0^{л} = \overline{\mathrm{M}}_0^1 = \overline{\mathrm{M}}_0^2 = 0$ і система (3) приймає вигляд:

$$
\begin{aligned}
&\left(\dot{\overline{\mathrm{R}}}_\alpha\right)_x \alpha + \left(\dot{\overline{\mathrm{R}}}_\beta^1\right)_x \beta + \left(\dot{\overline{\mathrm{R}}}_\gamma^2\right)_x \gamma + \left(\dot{\overline{\mathrm{R}}}_\varphi\right)_x \varphi_x - P = -\left(\mathrm{R}_{тр} + \overline{\mathrm{R}}_0 + \overline{\mathrm{R}}_0^1 + \overline{\mathrm{R}}_0^2\right)_x;\\
&\frac{\mathrm{V}_э^2}{\mathrm{R}_э} m\varphi_x = \left(\overline{\mathrm{R}}_0\right)_y + \left(\dot{\overline{\mathrm{R}}}_\alpha\right)_y \alpha + \left(\dot{\overline{\mathrm{R}}}_\beta^1\right)_y \beta + \left(\dot{\overline{\mathrm{R}}}_\varphi\right)_y \varphi_x - mg;\\
&\frac{\mathrm{V}_э^2}{\mathrm{R}_э} m = \left(\dot{\overline{\mathrm{R}}}_\gamma^2\right)_z \gamma + mg\varphi_x;\\
&\left(\dot{\overline{\mathrm{M}}}_\alpha\right)_x \alpha + \left(\dot{\overline{\mathrm{M}}}_\gamma^2\right)_x \gamma + \left(\dot{\overline{\mathrm{M}}}_\varphi\right)_x \varphi_x = 0;\\
&\left(\dot{\overline{\mathrm{M}}}_\alpha\right)_y \alpha + \left(\dot{\overline{\mathrm{M}}}_\gamma^2\right)_y \gamma + \left(\dot{\overline{\mathrm{M}}}_\varphi\right)_y \varphi_x = 0;\\
&\left(\dot{\overline{\mathrm{M}}}_\alpha\right)_z \alpha + \left(\dot{\overline{\mathrm{M}}}_\beta^1\right)_z \beta + \left(\dot{\overline{\mathrm{M}}}_\gamma^2\right)_z \gamma + \left(\dot{\overline{\mathrm{M}}}_\varphi\right)_z \varphi_x = 0;
\end{aligned}
\tag{6}
$$

Аеродинамічні характеристики крила і керма екраноплану

У статті [1] розглянуто вихрову модель крила в однорідному потоці для задачі горизонтального польоту апарата. Вихрова пелена створюється розподілом інтенсивності циркуляції вихрових ниток, індексованих параметром μ. У випадку, розглянутому в зазначеній роботі, елерони правого і лівого крила не відхилені від свого нейтрального положення, і задача симетрична щодо площини Gxy. Для випадку, розглянутого в цій роботі, елерони відхилені на рівні за модулем, але протилежні кути, що і створює різницю в підйомних силах правого і лівого крила, і, як наслідок, виникає момент, що кренить. Змоделювати роботу крила в такому режимі польоту, залишаючись у рамках потенційної теорії, можна зміною розподілу циркуляції вихрової пелени. Але розподіл має задовольняти умову сталості значення циркуляції вздовж будь-якої вихрової нитки. Ця умова задовольняється, якщо створити розрідження вихрових ниток на крилі з меншою підйомною силою і згустити їх на іншому.

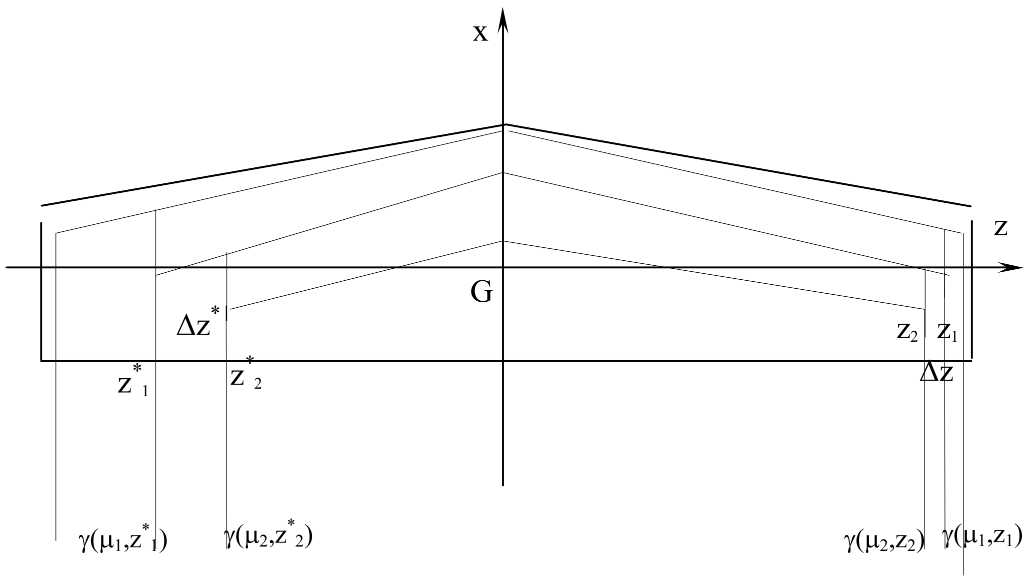

Рис. 4

На рисунку 4 проілюстровано такий розподіл: частини двох вихрових ниток μ_1 і μ_2 (індексування вихрових ниток описано в роботі [1]), що проходять через точки z_1 і z_2 на одному крилі розташовані ближче, ніж частини, що проходять через точки z_1^* і z_2^* на іншому. Зробимо низку припущень, що спрощують математичний опис цього розподілу вихрових ниток, але цілком обґрунтованих. Для випадку руху по траєкторії малої кривизни елерони відхиляються на невеликі кути α і залежність аеродинамічних сил від цих кутів можна вважати лінійною. А оскільки останні інтегрально залежать від щільності циркуляції вихрової пелени, то можна вважати і розподіл вихрових ниток лінійно залежним від кута α. Нехай $w(\alpha, z)$ закон, що реалізує таке відображення. Тоді лінійна відносно α щільність циркуляції вихрових ниток має вигляд $\gamma_\alpha\left(x(\mu), z\right) = \gamma\left(x(\mu), z\right) + \dot{\gamma}_z\left(x(\mu), w(\alpha, z)\right) \times$ $\times \dot{w}_\alpha \alpha$. Аналогічно [1] отримаємо густини для приєднаних і вільних вихорів

$$\begin{aligned}
&\gamma^{+}_{\alpha n}\left(\mathrm{x}(\mu),\mathrm{z}\right)=\gamma^{+}_{n}\left(\mathrm{x}(\mu),\mathrm{z}\right)+\alpha\dot{\gamma}^{+}_{\alpha n}\left(x\left(\mu\right),z\right),\\
&\gamma^{+}_{n}\left(\mathrm{x}(\mu),\mathrm{z}\right)=\int\limits_{z}^{0,5l}\gamma\left(\mathrm{x}(\mu),\mathrm{s}\right)ds,\quad \dot{\gamma}^{+}_{\alpha n}\left(x\left(\mu\right),z\right)=\\
&=\int\limits_{z}^{0.5l}\dot{\gamma}^{+}_{w}\left(x\left(\mu\right),w(\alpha,s)\right)\dot{w}_{\alpha}d\mathrm{s},\quad z\geq 0;\\
&\gamma^{-}_{\alpha n}\left(\mathrm{x}(\mu),\mathrm{z}\right)=\gamma^{-}_{n}\left(\mathrm{x}(\mu),\mathrm{z}\right)+\alpha\dot{\gamma}^{-}_{\alpha n}\left(x\left(\mu\right),z\right),\\
&\gamma^{+}_{n}\left(\mathrm{x}(\mu),\mathrm{z}\right)=\int\limits_{-0,5l}^{z}\gamma\left(\mathrm{x}(\mu),\mathrm{s}\right)ds,\quad \dot{\gamma}^{-}_{\alpha n}\left(x\left(\mu\right),z\right)=\\
&=\int\limits_{-0.5l}^{z}\dot{\gamma}^{-}_{w}\left(x\left(\mu\right),w(\alpha,s)\right)\dot{w}_{\alpha}ds,\quad z<0;
\end{aligned}\tag{7}$$

$$\begin{aligned}
&\gamma^{+}_{\alpha c}\left(\mathrm{x}(\mu),\mathrm{z}\right)=\gamma^{+}_{c}\left(\mathrm{x}(\mu),\mathrm{z}\right)+\alpha\dot{\gamma}^{+}_{\alpha c}\left(x\left(\mu\right),z\right),\\
&\gamma^{+}_{c}\left(\mathrm{x}(\mu),\mathrm{z}\right)=\int\limits_{\mu}^{2b/L}\gamma\left(\mathrm{x}(\nu),\mathrm{z}\right)\dot{x}_{\nu}d\nu,\quad \dot{\gamma}^{+}_{\alpha c}\left(x\left(\mu\right),z\right)=\\
&=\int\limits_{\mu}^{2b/l}\dot{\gamma}_{w}\left(x\left(\nu\right),w(\alpha,z)\right)\dot{x}_{\nu}\dot{w}_{\alpha}d\nu,\quad z\geq 0;\\
&\gamma^{-}_{\alpha c}\left(\mathrm{x}(\mu),\mathrm{z}\right)=\gamma^{-}_{c}\left(\mathrm{x}(\mu),\mathrm{z}\right)+\alpha\dot{\gamma}^{-}_{\alpha c}\left(x\left(\mu\right),z\right),\\
&\gamma^{-}_{c}\left(\mathrm{x}(\mu),\mathrm{z}\right)=\int\limits_{-2b/L}^{\mu}\gamma\left(\mathrm{x}(\nu),\mathrm{z}\right)\dot{x}_{\nu}d\nu,\quad \dot{\gamma}^{-}_{\alpha c}\left(x\left(\mu\right),z\right)=\\
&=\int\limits_{-2b/l}^{\mu}\dot{\gamma}_{w}\left(x\left(\nu\right),w(\alpha,z)\right)\dot{x}_{\nu}\dot{w}_{\alpha}d\nu,\quad z<0;
\end{aligned}\tag{8}$$

$$\begin{aligned}
&\hat{\gamma}^{+}_{\alpha c}\left(\mathrm{z}\right)=\hat{\gamma}^{+}_{c}\left(\mathrm{z}\right)+\alpha\dot{\hat{\gamma}}^{+}_{\alpha c}\left(z\right),\\
&\hat{\gamma}^{+}_{c}\left(\mathrm{z}\right)=\int\limits_{0}^{2b/L}\gamma\left(\mathrm{x}(\nu),\mathrm{z}\right)\dot{x}_{\nu}d\nu,\quad \dot{\hat{\gamma}}^{+}_{\alpha c}\left(z\right)=\\
&=\int\limits_{0}^{2b/l}\dot{\gamma}_{w}\left(x\left(\nu\right),w(\alpha,z)\right)\dot{x}_{\nu}\dot{w}_{\alpha}d\nu,\quad z\geq 0;\\
&\hat{\gamma}^{-}_{\alpha c}\left(\mathrm{z}\right)=\hat{\gamma}^{-}_{c}\left(\mathrm{z}\right)+\alpha\dot{\hat{\gamma}}^{-}_{\alpha c}\left(z\right),\\
&\hat{\gamma}^{+}_{c}\left(\mathrm{z}\right)=\int\limits_{-2b/L}^{0}\gamma\left(\mathrm{x}(\nu),\mathrm{z}\right)\dot{x}_{\nu}d\nu,\quad \dot{\hat{\gamma}}^{-}_{\alpha c}\left(z\right)=\\
&=\int\limits_{-2b/l}^{0}\dot{\gamma}_{w}\left(x\left(\nu\right),w(\alpha,z)\right)\dot{x}_{\nu}\dot{w}_{\alpha}d\nu,\quad z<0.
\end{aligned}\tag{9}$$

Далі застосуємо отримані результати для опису руху крила поблизу кордону. Для цього розглянемо задачу про обтікання крил, дзеркально розташованих відносно межі. Через симетрію, на межі буде виконуватися умова відсутності нормальних швидкостей потоку. Для застосування методу накладення потенційних потоків необхідно вихровий потенціал розподілити на симетричних крилах і вихрових пеленах за ними. Знову ж таки, через симетрію густини вихорів у симетричних точках P і P' і основного та допоміжного крила повинні збігатися.

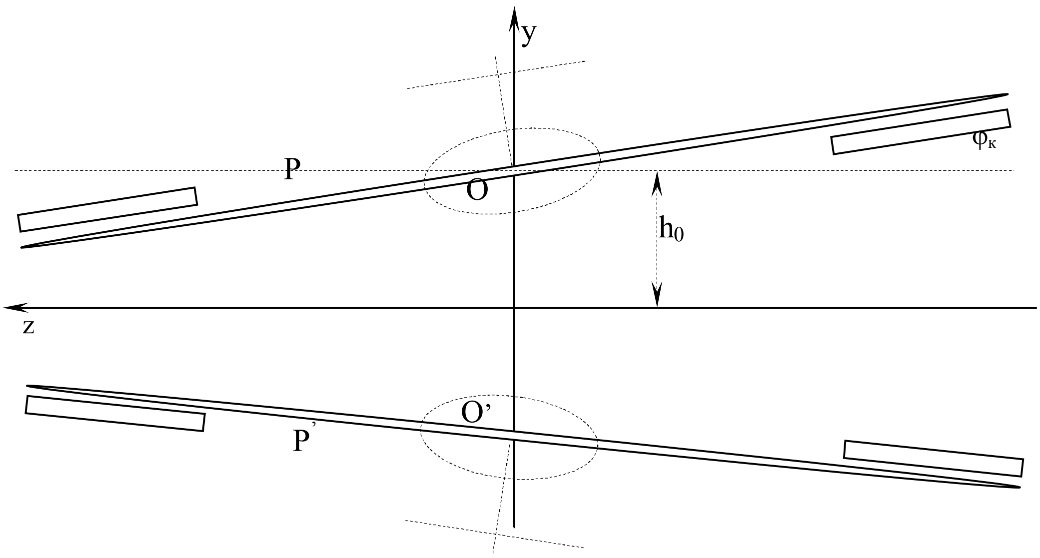

Рис. 5

Тоді індуковані розподіленими по крилах вихорами швидкості потоку виражаються таким співвідношенням (формула Біо-Саварра).

$$\overline{V}_{\alpha k}\left(\overline{r}_p\right)=\overline{V}_k\left(\overline{r}_p\right)+\alpha\dot{\overline{V}}_{\alpha k}\left(\overline{r}_p\right),$$

$$\begin{aligned}
\overline{V}_k\left(\overline{r}_p\right) = &\int\limits_{-0.5l}^{0}\int\limits_{-2b/L}^{0}\left(\gamma_n^-\left(\mathrm{x}(\mu),\mathrm{z}\right)\cdot\left(\mu\overline{i}+\overline{k}\right)+\gamma_c^-\left(\mathrm{x}(\mu),\mathrm{z}\right)\cdot\overline{i}\right)\times\overline{\rho}zd\mu dz+\\
&+\int\limits_{-\infty}^{-0.5b}\int\limits_{-0.5l}^{0}\hat{\gamma}_c^-\left(\mathrm{z}\right)\overline{i}\times\overline{\rho}dzdx\\
&+\int\limits_{0}^{0.5l}\int\limits_{0}^{2b/L}\left(\gamma_n^+\left(\mathrm{x}(\mu),\mathrm{z}\right)\left(-\mu\overline{i}+\overline{k}\right)+\gamma_c^+\left(\mathrm{x}(\mu),\mathrm{z}\right)\overline{i}\right)\times\overline{\rho}zd\mu dz+\\
&+\int\limits_{-\infty}^{-0.5b}\int\limits_{0}^{0.5l}\hat{\gamma}_c^+\left(\mathrm{z}\right)\overline{i}\times\overline{\rho}dzdx,
\end{aligned} \tag{10}$$

$$\dot{\bar{V}}_{\alpha k}\left(\bar{r}_p\right)=\int\limits_{-0.5l}^{0}\int\limits_{-2b/L}^{0}\left(\dot{\gamma}_{\alpha n}^{-}\left(x(\mu),z\right)\cdot\left(\mu\bar{i}+\bar{k}\right)+\dot{\gamma}_{\alpha c}^{-}\left(x(\mu),z\right)\cdot\bar{i}\right)\times\bar{\rho}zd\mu dz+$$

$$+\int\limits_{-\infty}^{-0.5b}\int\limits_{-0.5l}^{0}\left(\dot{\hat{\gamma}}_{\alpha c}^{-}(z)\cdot\bar{i}\right)\times\bar{\rho}dzdx$$

$$+\int\limits_{0}^{0.5l}\int\limits_{0}^{2b/L}\left(\dot{\gamma}_{\alpha n}^{+}\left(x(\mu),z\right)\cdot\left(-\mu\bar{i}+\bar{k}\right)+\dot{\gamma}_{\alpha c}^{+}\left(x(\mu),z\right)\cdot\bar{i}\right)\times\bar{\rho}zd\mu dz+$$

$$+\int\limits_{-\infty}^{-0.5b}\int\limits_{0}^{0.5l}\left(\dot{\hat{\gamma}}_{\alpha c}^{+}(z)\cdot\bar{i}\right)\times\bar{\rho}dzdx$$

Тут необхідно координати точок нижнього крила виразити в системі $Oxyz$, пов'язаної з верхнім (досліджуваним) крилом. Система $Oxyz$ отримана з нерухомої системи $O\xi\eta\varsigma$ поворотом, який описується матрицею (1). Система $O'x'y'z'$, пов'язана з нижнім крилом, виходить із системи $O\xi\eta\varsigma$ обертанням, що описується матрицею

$$A_{\xi}^{x'}=\begin{Vmatrix}1 & -\varphi_z(t) & -\varphi_y(t)\\ \varphi_z(t) & 1 & -\varphi_x(t)\\ \varphi_y(t) & \varphi_x(t) & 1\end{Vmatrix}\qquad(11)$$

Розглянемо точку P площині основного крила з координатами $(x,0,z)$ в системі $Oxyz$ і точку P', їй дзеркально симетричну на допоміжному крилі з координатами (x',y',z') в системі $O'x'y'z'$. Тоді координати точки P' в системі $Oxyz$ визначаються співвідношенням $(x',y',z')=(x,y,z)\cdot\left(A_{\xi}^{x}\right)^{-1}\cdot A_{\xi}^{x'}$ і мають вигляд:

$$\begin{cases}x'=x\\ y'=2\left(z\varphi_x-x\varphi_z+h\right)\\ z'=z\end{cases}\qquad(12)$$

У (10) лише доданок $\bar{\rho}=\left(\dfrac{\left(\bar{r}_p-\bar{r}\right)}{\left|\bar{r}_p-\bar{r}\right|^3}+\dfrac{\left(\bar{r}_p-\bar{r}'\right)}{\left|\bar{r}_p-\bar{r}'\right|^3}\right)$ залежить від параметрів $\varphi_x,\varphi_y,\varphi_z,\Delta h$, і в силу малості їх значень, і його можна представити в вигляді $\bar{\rho}=\bar{\rho}_0+\varphi_x\bar{\rho}_{\varphi_x}+\varphi_z\bar{\rho}_{\varphi_z}+\Delta h\bar{\rho}_h$, де

$$\begin{aligned}
&\bar\rho_0=\frac{\left(x_p-x\right)\bar{\mathbf{i}}+\left(z_p-z\right)\bar{\mathbf{k}}}{\left(\left(x_p-x\right)^2+\left(z_p-z\right)^2\right)^{3/2}}+\frac{\left(x_p-x\right)\bar{\mathbf{i}}-2h_0\bar{\mathbf{j}}+\left(z_p-z\right)\bar{\mathbf{k}}}{\left(\left(x_p-x\right)^2+\left(z_p-z\right)^2+4h_0^2\right)^{3/2}};\\
&\bar\rho_{\varphi_x}=-\frac{12h_0\left(\left(x_p-x\right)\bar{\mathbf{i}}+\left(z_p-z\right)\bar{\mathbf{k}}\right)+2\left(\left(x_p-x\right)^2+\left(z_p-z\right)^2-8h_0^2\right)\bar{\mathbf{j}}}{\left(\left(x_p-x\right)^2+\left(z_p-z\right)^2+4h_0^2\right)^{5/2}}z;\\
&\bar\rho_{\varphi_z}=\frac{12h_0\left(\left(x_p-x\right)\bar{\mathbf{i}}+\left(z_p-z\right)\bar{\mathbf{k}}\right)+2\left(\left(x_p-x\right)^2+\left(z_p-z\right)^2-8h_0^2\right)\bar{\mathbf{j}}}{\left(\left(x_p-x\right)^2+\left(z_p-z\right)^2+4h_0^2\right)^{5/2}}x;\\
&\rho_h=-\frac{12h_0\left(\left(x_p-x\right)\bar{\mathbf{i}}+\left(z_p-z\right)\bar{\mathbf{k}}\right)+2\left(\left(x_p-x\right)^2+\left(z_p-z\right)^2-8h_0^2\right)\bar{\mathbf{j}}}{\left(\left(x_p-x\right)^2+\left(z_p-z\right)^2+4h_0^2\right)^{5/2}}
\end{aligned}\tag{13}$$

Підставимо лінеаризований вираз для $\bar\rho$ в (10) і проведемо лінеаризацію векторів $\bar V_k\left(\bar r_p\right)$ і $\alpha\dot{\bar V}_{\alpha\mathrm{k}}\left(\bar r_p\right)$. Для спрощення і ліпшого огляду введемо означення:

$$\begin{aligned}
&\dot{\bar\gamma}^{+}_{\alpha0}\left(x(\mu),z\right)=\left(\dot\gamma^{+}_{\alpha n}\left(x(\mu),z\right)\cdot\left(\mu\bar i+\bar k\right)+\dot\gamma^{+}_{\alpha c}\left(x(\mu),z\right)\cdot\bar i\right)\times\bar\rho_0;\dot{\bar\gamma}^{+}_{\alpha c0}\left(z\right)=\left(\dot{\hat\gamma}^{+}_{\alpha c}\left(z\right)\cdot\bar i\right)\times\bar\rho_0,\\
&\dot{\bar\gamma}^{-}_{\alpha0}\left(x(\mu),z\right)=\left(\dot\gamma^{-}_{\alpha n}\left(x(\mu),z\right)\cdot\left(\mu\bar i+\bar k\right)+\dot\gamma^{-}_{\alpha c}\left(x(\mu),z\right)\cdot\bar i\right)\times\bar\rho_0;\dot{\bar\gamma}^{-}_{\alpha c0}\left(z\right)=\left(\dot{\hat\gamma}^{-}_{\alpha c}\left(z\right)\cdot\bar i\right)\times\bar\rho_0.
\end{aligned}\tag{14}$$

$$\begin{aligned}
&\bar\gamma_0^{+}\left(\mathrm{x}(\mu),\mathrm{z}\right)=\left(\gamma_n^{+}\left(\mathrm{x}(\mu),\mathrm{z}\right)\cdot\left(\mu\bar i+\bar k\right)+\gamma_c^{+}\left(\mathrm{x}(\mu),\mathrm{z}\right)\cdot\bar i\right)\times\bar\rho_0;\ \bar\gamma_{c0}^{+}\left(\mathrm{z}\right)=\hat\gamma_c^{+}\left(\mathrm{z}\right)\bar i\times\bar\rho_0;\\
&\bar\gamma_0^{-}\left(\mathrm{x}(\mu),\mathrm{z}\right)=\left(\gamma_n^{-}\left(\mathrm{x}(\mu),\mathrm{z}\right)\cdot\left(\mu\bar i+\bar k\right)+\gamma_c^{-}\left(\mathrm{x}(\mu),\mathrm{z}\right)\cdot\bar i\right)\times\bar\rho_0;\ \bar\gamma_{c0}^{-}\left(\mathrm{z}\right)=\hat\gamma_c^{+}\left(\mathrm{z}\right)\bar i\times\bar\rho_0;\\
&\bar\gamma_{\phi_x}^{+}\left(\mathrm{x}(\mu),\mathrm{z}\right)=\left(\gamma_n^{+}\left(\mathrm{x}(\mu),\mathrm{z}\right)\cdot\left(\mu\bar i+\bar k\right)+\gamma_c^{+}\left(\mathrm{x}(\mu),\mathrm{z}\right)\cdot\bar i\right)\times\bar\rho_{\phi_x};\ \bar\gamma_{c\phi_x}^{+}\left(\mathrm{z}\right)=\hat\gamma_c^{+}\left(\mathrm{z}\right)\bar i\times\bar\rho_{\phi_x};\\
&\bar\gamma_{\phi_x}^{-}\left(\mathrm{x}(\mu),\mathrm{z}\right)=\left(\gamma_n^{-}\left(\mathrm{x}(\mu),\mathrm{z}\right)\cdot\left(\mu\bar i+\bar k\right)+\gamma_c^{-}\left(\mathrm{x}(\mu),\mathrm{z}\right)\cdot\bar i\right)\times\bar\rho_{\phi_x};\ \bar\gamma_{c\phi_x}^{-}\left(\mathrm{z}\right)=\hat\gamma_c^{+}\left(\mathrm{z}\right)\bar i\times\bar\rho_{\phi_x};\\
&\bar\gamma_{\phi_y}^{+}\left(\mathrm{x}(\mu),\mathrm{z}\right)=\left(\gamma_n^{+}\left(\mathrm{x}(\mu),\mathrm{z}\right)\cdot\left(\mu\bar i+\bar k\right)+\gamma_c^{+}\left(\mathrm{x}(\mu),\mathrm{z}\right)\cdot\bar i\right)\times\bar\rho_{\phi_y};\ \bar\gamma_{c\phi_y}^{+}\left(\mathrm{z}\right)=\hat\gamma_c^{+}\left(\mathrm{z}\right)\bar i\times\bar\rho_{\phi_y};\\
&\bar\gamma_{\phi_y}^{-}\left(\mathrm{x}(\mu),\mathrm{z}\right)=\left(\gamma_n^{-}\left(\mathrm{x}(\mu),\mathrm{z}\right)\cdot\left(\mu\bar i+\bar k\right)+\gamma_c^{-}\left(\mathrm{x}(\mu),\mathrm{z}\right)\cdot\bar i\right)\times\bar\rho_{\phi_y};\ \bar\gamma_{c\phi_y}^{-}\left(\mathrm{z}\right)=\hat\gamma_c^{+}\left(\mathrm{z}\right)\bar i\times\bar\rho_{\phi_y};\\
&\bar\gamma_{\phi_z}^{+}\left(\mathrm{x}(\mu),\mathrm{z}\right)=\left(\gamma_n^{+}\left(\mathrm{x}(\mu),\mathrm{z}\right)\cdot\left(\mu\bar i+\bar k\right)+\gamma_c^{+}\left(\mathrm{x}(\mu),\mathrm{z}\right)\cdot\bar i\right)\times\bar\rho_{\phi_z};\ \bar\gamma_{c\phi_z}^{+}\left(\mathrm{z}\right)=\hat\gamma_c^{+}\left(\mathrm{z}\right)\bar i\times\bar\rho_{\phi_z};\\
&\bar\gamma_{\phi_z}^{-}\left(\mathrm{x}(\mu),\mathrm{z}\right)=\left(\gamma_n^{-}\left(\mathrm{x}(\mu),\mathrm{z}\right)\cdot\left(\mu\bar i+\bar k\right)+\gamma_c^{-}\left(\mathrm{x}(\mu),\mathrm{z}\right)\cdot\bar i\right)\times\bar\rho_{\phi_z};\ \bar\gamma_{c\phi_z}^{-}\left(\mathrm{z}\right)=\hat\gamma_c^{+}\left(\mathrm{z}\right)\bar i\times\bar\rho_{\phi_z};\\
&\bar\gamma_{h}^{+}\left(\mathrm{x}(\mu),\mathrm{z}\right)=\left(\gamma_n^{+}\left(\mathrm{x}(\mu),\mathrm{z}\right)\cdot\left(\mu\bar i+\bar k\right)+\gamma_c^{+}\left(\mathrm{x}(\mu),\mathrm{z}\right)\cdot\bar i\right)\times\bar\rho_{h};\ \bar\gamma_{ch}^{+}\left(\mathrm{z}\right)=\hat\gamma_c^{+}\left(\mathrm{z}\right)\bar i\times\bar\rho h;\\
&\bar\gamma_{h}^{-}\left(\mathrm{x}(\mu),\mathrm{z}\right)=\left(\gamma_n^{-}\left(\mathrm{x}(\mu),\mathrm{z}\right)\cdot\left(\mu\bar i+\bar k\right)+\gamma_c^{-}\left(\mathrm{x}(\mu),\mathrm{z}\right)\cdot\bar i\right)\times\bar\rho_{h};\ \bar\gamma_{ch}^{-}\left(\mathrm{z}\right)=\hat\gamma_c^{+}\left(\mathrm{z}\right)\bar i\times\bar\rho_{h_z};
\end{aligned}\tag{15}$$

Тоді, з урахуванням (11) індукована швидкість $\overline{V}_k(\overline{r}_p)$ буде лінійно залежною від параметрів от $\varphi_x, \varphi_y, \varphi_z, \Delta h$

$$\begin{gathered}
\overline{V}_\kappa(\overline{r}_p) = \overline{V}_\kappa^0(\overline{r}_p) + \phi_x \dot{\overline{V}}_\kappa^{\phi_x} + \phi_y \dot{\overline{V}}_\kappa^{\phi_y} + \phi_z \dot{\overline{V}}_\kappa^{\phi_z} + \Delta h \dot{\overline{V}}_\kappa^{h}, \\
\overline{V}_\kappa^0(\overline{r}_p) = \int_{-0.5l}^{0}\int_{-2b/L}^{0} \overline{\gamma}_0^-(x(\mu),z) z d\mu dz + \int_0^{0.5l}\int_0^{2b/L} \overline{\gamma}_0^+(x(\mu),z) z d\mu dz + \\
+ \int_{-\infty}^{-0.5b}\int_{-0.5l}^{0} \hat{\gamma}_0^-(z) dz dx + \int_{-\infty}^{-0.5b}\int_0^{0.5l} \hat{\gamma}_0^+(z) dz dx; \\
\dot{\overline{V}}_\kappa^{\phi_x}(\overline{r}_p) = \int_{-0.5l}^{0}\int_{-2b/L}^{0} \overline{\gamma}_{\phi_x}^-(x(\mu),z) z d\mu dz + \int_0^{0.5l}\int_0^{2b/L} \overline{\gamma}_{\phi_x}^+(x(\mu),z) z d\mu dz + \\
+ \int_{-\infty}^{-0.5b}\int_{-0.5l}^{0} \hat{\gamma}_{\phi_x}^-(z) dz dx + \int_{-\infty}^{-0.5b}\int_0^{0.5l} \hat{\gamma}_{\phi_x}^+(z) dz dx; \\
\dot{\overline{V}}_\kappa^{\phi_y}(\overline{r}_p) = \int_{-0.5l}^{0}\int_{-2b/L}^{0} \overline{\gamma}_{\phi_y}^-(x(\mu),z) z d\mu dz + \int_0^{0.5l}\int_0^{2b/L} \overline{\gamma}_{\phi_y}^+(x(\mu),z) z d\mu dz + \\
+ \int_{-\infty}^{-0.5b}\int_{-0.5l}^{0} \hat{\gamma}_{\phi_y}^-(z) dz dx + \int_{-\infty}^{-0.5b}\int_0^{0.5l} \hat{\gamma}_{\phi_y}^+(z) dz dx;
\end{gathered} \tag{16}$$

$$\begin{gathered}
\dot{\overline{V}}_\kappa^{\phi_z}(\overline{r}_p) = \int_{-0.5l}^{0}\int_{-2b/L}^{0} \overline{\gamma}_{\phi_z}^-(x(\mu),z) z d\mu dz + \int_0^{0.5l}\int_0^{2b/L} \overline{\gamma}_{\phi_z}^+(x(\mu),z) z d\mu dz + \\
+ \int_{-\infty}^{-0.5b}\int_{-0.5l}^{0} \hat{\gamma}_{\phi_z}^-(z) dz dx + \int_{-\infty}^{-0.5b}\int_0^{0.5l} \hat{\gamma}_{\phi_z}^+(z) dz dx; \\
\dot{\overline{V}}_\kappa^{h}(\overline{r}_p) = \int_{-0.5l}^{0}\int_{-2b/L}^{0} \overline{\gamma}_{h}^-(x(\mu),z) z d\mu dz + \int_0^{0.5l}\int_0^{2b/L} \overline{\gamma}_{h}^+(x(\mu),z) z d\mu dz + \\
+ \int_{-\infty}^{-0.5b}\int_{-0.5l}^{0} \hat{\gamma}_{h}^-(z) dz dx + \int_{-\infty}^{-0.5b}\int_0^{0.5l} \hat{\gamma}_{h}^+(z) dz dx;
\end{gathered}$$

В виразі $\alpha\dot{\overline{V}}_{\alpha k}(\overline{r}_p)$ з усіх складових $\overline{\rho}$ лишаємо лише $\overline{\rho}_0$, так як складові з доданками $\alpha\varphi_z, \alpha\varphi_y, \alpha\varphi_z$ *і* $\alpha\Delta\text{h}$ мають вищий порядок малості:

$$\begin{gathered}
\alpha\dot{\overline{V}}_{\alpha k}(\overline{r}_p) = \alpha \int_{-0.5l}^{0}\int_{-2b/L}^{0} \dot{\overline{\gamma}}_{\alpha 0}^-(x(\mu),z) z d\mu dz + \int_0^{0.5l}\int_0^{2b/L} \dot{\overline{\gamma}}_{\alpha 0}^+(x(\mu),z) z d\mu dz + \\
+ \int_{-\infty}^{-0.5b}\int_{-0.5l}^{0} \dot{\overline{\gamma}}_{\alpha c 0}^-(z) dz dx + \int_{-\infty}^{-0.5b}\int_0^{0.5l} \dot{\overline{\gamma}}_{\alpha c 0}^+(z) dz dx
\end{gathered} \tag{17}$$

Таким чином, індукована швидкість лінійна щодо малих параметрів $\alpha, \varphi_x, \varphi_y, \varphi_z, \Delta h$, а, отже, і тиск на поверхні крила екраноплана лінійний: $p = p_0 + \alpha\dot{p}_\alpha + \varphi_x\dot{p}_{\varphi_x} + \varphi_y\dot{p}_{\varphi_y} + \varphi_z\dot{p}_{\varphi_z} + \Delta h\dot{p}_h$. Лінійність головних сил і моментів на крилі випливають із таких виразів:

$$
\begin{gathered}
\overline{R} = \overline{R}_0 + \alpha\dot{\overline{R}}_\alpha + \varphi_x\dot{\overline{R}}_{\varphi_x} + \varphi_y\dot{\overline{R}}_{\varphi_y} + \varphi_z\dot{\overline{R}}_{\varphi_z} + \Delta h\dot{\overline{R}}_h, \\
\overline{R}_0 = \iint_{S_\kappa} p_0\overline{n}\,ds;\ \dot{\overline{R}}_\alpha = \iint_{S_\kappa} p_\alpha\overline{n}\,ds;\ \dot{\overline{R}}_{\varphi_x} = \iint_{S_\kappa} p_{\varphi_x}\overline{n}\,ds; \\
\dot{\overline{R}}_{\varphi_y} = \iint_{S_\kappa} p_{\varphi_y}\overline{n}\,ds;\ \dot{\overline{R}}_{\varphi_z} = \iint_{S_\kappa} p_{\varphi_z}\overline{n}\,ds;\ \dot{\overline{R}}_h = \iint_{S_\kappa} p_h\overline{n}\,ds; \\
\overline{M} = \overline{M}_0 + \alpha\dot{\overline{M}}_\alpha + \varphi_x\dot{\overline{M}}_{\varphi_x} + \varphi_y\dot{\overline{M}}_{\varphi_y} + \varphi_z\dot{\overline{M}}_{\varphi_z} + \Delta h\dot{\overline{M}}_h, \\
\overline{M}_0 = \iint_{S_\kappa} r\times p_0\overline{n}\,ds;\ \dot{\overline{M}}_\alpha = \iint_{S_\kappa} r\times p_\alpha\overline{n}\,ds;\ \dot{\overline{M}}_{\varphi_x} = \iint_{S_\kappa} r\times p_{\varphi_x}\overline{n}\,ds; \\
\dot{\overline{M}}_{\varphi_y} = \iint_{S_\kappa} r\times p_{\varphi_y}\overline{n}\,ds;\ \dot{\overline{M}}_{\varphi_z} = \iint_{S_\kappa} r\times p_{\varphi_z}\overline{n}\,ds;\ \dot{\overline{M}}_h = \iint_{S_\kappa} r\times p_h\overline{n}\,ds;
\end{gathered}
\tag{18}
$$

Аналогічним чином знаходяться сили і моменти на вертикальному і горизонтальному рулях екраноплана з ненульовими кутами відхилення β і γ відповідно, і після лінеаризації мають вигляд (5).

Умови стаціонарного руху по круговій траєкторії

Розглянемо випадок стаціонарного руху екраноплана круговою траєкторією і для аналізу системи (6) виразимо сили й моменти через безрозмірні коефіцієнти

$$
\begin{cases}
\dot{C}^f_{\alpha x}\alpha + \dot{C}^{f1}_{\beta x}\beta + \dot{C}^{f2}_{\gamma x}\gamma + \dot{C}^f_{\phi_x x}\phi_x - \dfrac{2P}{\rho S_э V_э^2} = -\left(C^f_{тр} + C^f_{0x} + C^{f1}_{0x} + C^{f2}_{0x}\right); \\
\dot{C}^f_{\alpha y}\alpha + \dot{C}^{f1}_{\beta y}\beta + \dot{C}^f_{\phi_x y}\phi_x - \dfrac{2m}{\rho S_э}\left(\dfrac{1}{R_э} + \dfrac{g}{V_э^2}\right) = -\left(C^f_{0y}\right); \\
\dot{C}^{f2}_{\gamma z}\gamma + \dfrac{2m}{\rho S_э}\left(\dfrac{1}{R_э} + \dfrac{g\phi_x}{V_э^2}\right) = 0; \\
\dot{C}^m_{\alpha x}\alpha + \dot{C}^{m2}_{\gamma x}\gamma + \dot{C}^m_{\phi_x x}\phi_x = 0; \\
\dot{C}^m_{\alpha y}\alpha + \dot{C}^{m2}_{\gamma y}\gamma + \dot{C}^m_{\phi_x y}\phi_x = 0; \\
\dot{C}^m_{\alpha z}\alpha + \dot{C}^{m1}_{\beta z}\beta + \dot{C}^{m2}_{\gamma z}\gamma + \dot{C}^m_{\phi_x z}\phi_x = 0.
\end{cases}
\tag{19}
$$

де

$$\dot{C}^{m}_{\alpha x} = -\dot{\tilde{z}}_{\alpha} C^{f}_{0y}\alpha \,;\, \dot{C}^{m}_{\alpha y} = \left(\dot{\tilde{z}}_{\alpha} C^{f}_{0x} - \dot{\tilde{x}}_{\alpha} C^{f}_{0z}\right)\alpha \,;$$
$$\dot{C}^{m}_{\alpha z} = \left(\dot{\tilde{x}}_{\alpha} C^{f}_{0y} + \tilde{x}_{c}\dot{C}^{f}_{\alpha y}\right)\alpha$$
$$\dot{C}^{m}_{\phi x} = -\dot{\tilde{z}}_{\phi} C^{f}_{0y}\phi_{x} \,;\, \dot{C}^{m}_{\phi y} = \left(\dot{\tilde{z}}_{\phi} C^{f}_{0x} - \dot{\tilde{x}}_{\phi} C^{f}_{0z}\right)\phi_{x} \,;$$
$$\dot{C}^{m}_{\phi z} = \left(\dot{\tilde{x}}_{\phi} C^{f}_{0y} + \tilde{x}_{c}\dot{C}^{f}_{\phi y}\right)\phi_{x}$$
$$\dot{C}^{m1}_{\beta x} = \tilde{z}^{1}_{c}\dot{C}^{f1}_{\beta y}\beta \,;\, \dot{C}^{m1}_{\beta y} = \left(\tilde{z}^{1}_{c}\dot{C}^{f1}_{\beta x} - \dot{\tilde{x}}^{1}_{\beta} C^{1f}_{0z}\right)\beta \,;$$
$$\dot{C}^{m1}_{\beta z} = \left(\dot{\tilde{x}}^{1}_{\beta} C^{f1}_{0y} + \tilde{x}^{1}_{c}\dot{C}^{f1}_{\beta y}\right)\beta$$
$$\dot{C}^{m2}_{\gamma x} = 0 \,;\, \dot{C}^{m2}_{\gamma y} = \left(\tilde{z}^{2}_{c}\dot{C}^{f2}_{\gamma x} + \dot{\tilde{z}}^{2}_{\gamma} C^{f2}_{0x} - \tilde{x}^{2}_{c}\dot{C}^{f2}_{\gamma z} - \dot{\tilde{x}}^{2}_{\gamma} C^{f2}_{0z}\right)\gamma \,;$$
$$\dot{C}^{m2}_{\gamma z} = \tilde{x}^{2}_{\gamma} C^{f2}_{0y}\gamma$$

Тут верхні індекси f і m при коефіцієнтах відносять їх до сил і моментів відповідно. Індекси 1 і 2 відносять коефіцієнти до сил і моментів на горизонтальному і вертикальному рулях.

Нижні індекси $\alpha, \beta, \gamma, \varphi$ вказують, що коефіцієнти є похідними за відповідними змінними. Індекси $\mathrm{x, y, z}$ означають проекції на осі системи Oxyz. $\tilde{x}_c, \tilde{y}_c, \tilde{z}_c$, $\tilde{x}^1_c, \tilde{y}^1_c, \tilde{z}^1_c$, $\tilde{x}^2_c, \tilde{y}^2_c, \tilde{z}^2_c$ – безрозмірні координати центрів аеродинамічних сил на крилі, горизонтальному і вертикальному рулях відповідно,

$\dot{C}^f_{\alpha x}, \dot{C}^f_{\alpha y}, \dot{C}^f_{\alpha z}, \dot{C}^f_{\varphi x}, \dot{C}^f_{\varphi y}, \dot{C}^f_{\varphi z}, \dot{C}^{f1}_{\beta x}, \dot{C}^{f1}_{\beta y}, \dot{C}^{f1}_{\beta z}, \dot{C}^{f2}_{\gamma x}, \dot{C}^{f2}_{\gamma y}, \dot{C}^{f2}_{\gamma z}$,

$\dot{\tilde{x}}_\alpha, \dot{\tilde{y}}_\alpha, \dot{\tilde{z}}_\alpha, \dot{\tilde{x}}_\varphi, \dot{\tilde{y}}_\varphi, \dot{\tilde{z}}_\varphi, \dot{\tilde{x}}^1_\beta, \dot{\tilde{y}}^1_\beta, \dot{\tilde{z}}^1_\beta, \dot{\tilde{x}}^2_\gamma, \dot{\tilde{y}}^2_\gamma, \dot{\tilde{z}}^2_\gamma$ – перші похідні аеродинамічних сил і координат їхніх центрів за параметрами $\alpha, \beta, \gamma, \varphi$.

Для екраноплана з конкретним аеродинамічним компонуванням із системи (19) можна отримати значення кутів $\alpha_0, \beta_0, \gamma_0, \varphi_{x0}$ для сталої циркуляції за відсутності зовнішніх збурень. Далі ці параметри використовуються для аналізу динамічної стійкості такого типу руху до малих зовнішніх збурень. Але цю систему можна використовувати і на етапі проектування апарата, під час вибору його аеродинамічного компонування. А саме, для узгодження коефіцієнтів сил і моментів на елементах корпусу екраноплана, за яких можливий стаціонарний рух по круговій траєкторії радіуса $\mathrm{R}_э$ зі швидкістю $V_э$ при куті крену φ_x.

Систему (19) можна розбити на дві підсистеми: систему рівнянь сил і систему рівнянь моментів. Рішенням кожної буде значення кутів $\alpha_0, \beta_0, \gamma_0$. Причому з першої системи виходять залежності кутів від коефіцієнтів сил, швидкості, радіуса траєкторії і кута крену:

$$\alpha_0,\beta_0,\gamma_0 \,|\, \overline{C}_0^f,\dot{C}_\alpha^f,\dot{C}_\beta^f,\dot{C}_\gamma^f,\overline{C}_0^{f1},\dot{C}_\alpha^{f1},\dot{C}_\beta^{f1},\dot{C}_\gamma^{f1},\overline{C}_0^{f2},\dot{C}_\alpha^{f2},\dot{C}_\beta^{f2},\dot{C}_\gamma^{f2},R_G,V,\varphi_x \qquad (20)$$

З другої системи ці кути залежать від коефіцієнтів моментів, або інакше, крім залежності від сил буде залежність і від радіус-векторів $\bar{r},\bar{r}_1,\bar{r}_2$ точок прикладання цих сил:

$$\alpha_0,\beta_0,\gamma_0 \,|\, \overline{C}_0^f,\dot{C}_\alpha^f,\dot{C}_\beta^f,\dot{C}_\gamma^f,\overline{C}_0^{f1},\dot{C}_\alpha^{f1},\dot{C}_\beta^{f1},\dot{C}_\gamma^{f1},\overline{C}_0^{f2},\dot{C}_\alpha^{f2},\dot{C}_\beta^{f2},\dot{C}_\gamma^{f2},\bar{r},\bar{r}_1,\bar{r}_{2x} \qquad (21)$$

Прирівнюючи вирази для кутів із (20) і (21) можна узгодити коефіцієнти сил і радіус-векторів точок їхнього прикладання, що і веде до розв'язання задачі щодо вибору аеродинамічного компонування екраноплана. За узгоджених значень коефіцієнтів сил і координат точок їхнього докладання перша і друга підсистеми рівнянь мають дати однакові значення $\alpha_0, \beta_0, \gamma_0$. Самі ж допустимі значення $\mathrm{V}_э, \mathrm{R}_э$ і φ_{x0} визначаються з таких міркувань. Як вище було зазначено, на величину φ_{x0} накладаються обмеження

$$\varphi_{x0} < \frac{h_0}{L},$$

де L – розмах крила.

Для штатного режиму експлуатації екраноплана $h_0 \approx \lambda b, L \approx \eta b$, b – хорда крила, $\lambda \le 1$, а η – подовження крила, для багатьох конструкцій має значення в інтервалі (3;4). Тому очкувати великої кривизни траєкторії не доводиться, у зв'язку с чим і швидкість буде мало відрізнятися від швидкості прямолінійного руху при заданій тязі P. З першого рівняння (19), за умови рівності нулю $\alpha, \beta, \gamma, \varphi$ знаходиться значення квадрата швидкості

$$\mathrm{V}_э^2 = \frac{2P}{\rho S_э\left(C_{тр}^f + C_{0x}^f + C_{0x}^{f1} + C_{0x}^{f2}\right)}.$$

З третього рівняння (19) знаходиться оцінка величини $\mathrm{R}_э$: при умові $\varphi_{x0} \to 0$ логічно припустити, що значення кута γ перекладки вертикального руля також прагне до нуля. Тоді

$$\mathrm{R}_э \approx \frac{\mathrm{V}_э^2}{g\varphi_{x0}} \text{ і } \gamma_0 = -\frac{4m\mathrm{R}_э g}{\rho S_э \mathrm{R}_э \mathrm{V}_э^2 \dot{C}_{\gamma z}^{f2}}\varphi_{x0}.$$

З рівнянь кількості руху екраноплана системи (19) отримано співвідношення для $\alpha_0, \beta_0, \gamma_0$:

$$\gamma_0 = -\frac{4mg}{\rho S_э V_э^2 \dot{C}_{\gamma z}^{f2}} \varphi_{x_0};$$

$$\alpha_0 = \left(\frac{2mg}{\rho S_э V_э^2 \dot{C}_{\gamma z}^{f2}} \frac{\left(\dot{C}_{\beta y}^{f1} \dot{C}_{\gamma x}^{f2} - \dot{C}_{\beta x}^{f1} \dot{C}_{\gamma z}^{f2}\right)}{\left(\dot{C}_{\beta y}^{f1} \dot{C}_{\alpha x}^{f} - \dot{C}_{\beta x}^{f1} \dot{C}_{\alpha y}^{f}\right)} - \frac{\left(\dot{C}_{\beta y}^{f1} \dot{C}_{\varphi_x x}^{f} - \dot{C}_{\beta x}^{f1} \dot{C}_{\varphi_x y}^{f}\right)}{\left(\dot{C}_{\beta y}^{f1} \dot{C}_{\alpha x}^{f} - \dot{C}_{\beta x}^{f1} \dot{C}_{\alpha y}^{f}\right)} \right) \varphi_{x0}; \tag{22}$$

$$\beta_0 = \left(\frac{2mg}{\rho S_э V_э^2 \dot{C}_{\gamma z}^{f2}} \frac{\left(\dot{C}_{\alpha y}^{f1} \dot{C}_{\gamma x}^{f2} - \dot{C}_{\alpha x}^{f1} \dot{C}_{\gamma z}^{f2}\right)}{\left(\dot{C}_{\beta y}^{f1} \dot{C}_{\alpha x}^{f} - \dot{C}_{\beta x}^{f1} \dot{C}_{\alpha y}^{f}\right)} - \frac{\left(\dot{C}_{\alpha y}^{f1} \dot{C}_{\varphi_x x}^{f} - \dot{C}_{\alpha x}^{f1} \dot{C}_{\varphi_x y}^{f}\right)}{\left(\dot{C}_{\beta y}^{f1} \dot{C}_{\alpha x}^{f} - \dot{C}_{\beta x}^{f1} \dot{C}_{\alpha y}^{f}\right)} \right) \varphi_{x0}.$$

З рівнянь моменту кількості руху системи (19) також отримано співвідношення для $\alpha_0, \beta_0, \gamma_0$ у наступному вигляді:

$$\frac{\dot{\tilde{z}}_\gamma^2}{\dot{C}_{\gamma z}^{f2}} = \frac{\tilde{x}_c^2}{C_{0x}^{f2}}; \quad \alpha_0 = -\frac{\dot{\tilde{z}}_\varphi}{\dot{\tilde{z}}_\alpha} \varphi_{x0};$$

$$\beta_0 = \frac{\dot{\tilde{z}}_\alpha \left(\dot{\tilde{x}}_\varphi C_{0y}^f + \tilde{x}_c \dot{C}_{\varphi y}^f\right) - \dot{\tilde{z}}_\varphi \left(\dot{\tilde{x}}_\alpha C_{0y}^f + \tilde{x}_c \dot{C}_{\alpha y}^f\right)}{\dot{\tilde{z}}_\alpha \tilde{x}_c^1 \dot{C}_{\beta y}^{f1}} \varphi_{x0} \tag{23}$$

Під час виведення було враховано ту обставину, що за нульових значень $\alpha, \beta, \gamma, \varphi$, коли екраноплан рухається рівномірно і прямолінійно, сума моментів сил дорівнює нулю

$$\tilde{y}_c^1 C_{0x}^{f1} + \tilde{y}_c^2 C_{0x}^{f2} - \tilde{x}_c C_{0y}^f = 0.$$

Прирівнюючи вирази параметрів у (22) і в (23), отримуємо умови сумісності перших похідних коефіцієнтів сил і відносних координат радіус-векторів їхніх точок докладання на елементах екраноплана за заданих $V_э, R_э$ і φ_{x0}. Таким чином, розв'язання задачі про аеродинамічне компонування досягається вибором взаємного розташування елементів конструкції літального апарата – крил і керма, а (22) і (23) є необхідними умовами, що накладаються на координати центрів прикладання аеродинамічних сил для здійснення стаціонарного руху за круговою траєкторією.

Динамічна стійкість руху екраноплана по круговій траєкторії

Розв'язання задачі про динамічну стійкість рівномірного руху екраноплана по круговій траєкторії зводиться до з'ясування характеру залежності кінематичних параметрів екраноплана від часу під дією зовнішніх збурень і без використання засобів керування для стабілізації руху. Інакше кажучи, рух буде стійким, якщо у відповідь на збурювання на корпусі екраноплана виникатимуть сили і моменти, що компенсують його відхилення від заданої траєкторії. Динамічна модель малих відхилень апарата від кругової траєкторії описується системою (3).

$$\left\{\begin{array}{l}
\frac{2m}{\rho S_э R_э}\dot{\tilde{v}}_x + C^f_{0x} + \dot{C}^f_{\alpha x}\alpha_0 + \dot{C}^f_{\phi_x x}\left(\phi_{x0}+\phi_x\right) + \dot{C}^f_{\phi_y x}\phi_y + \dot{C}^f_{\phi_z x}\phi_z + \\
+C^{f1}_{0x} + \dot{C}^{f1}_{\beta x}\beta_0 + C^{f2}_{0x} + \dot{C}^{f2}_{\gamma x}\gamma_0 = \frac{2P}{\rho S_э V_э^2} - C^f_{тр} + \delta_x \\
\frac{2m}{\rho S_э R_э}\left(\phi_{x0} + \dot{\tilde{v}}_y\right) + C^f_{0y} + \dot{C}^f_{\alpha y}\alpha_0 + \dot{C}^f_{\phi_x y}\left(\phi_{x0}+\phi_x\right) + \dot{C}^f_{\phi_y y}\phi_y + \\
+\dot{C}^f_{\phi_z y}\phi_z + \dot{C}^f_{hy}\Delta\tilde{h} + C^{f1}_{0y} + \dot{C}^{f1}_{\beta y}\beta_0 = -\frac{2mg}{\rho S_э V_э^2} + \delta_y \\
\frac{2m}{\rho S_э R_э}\left(1 + \dot{\tilde{v}}_z\right) + C^f_{0z} + \dot{C}^f_{\alpha z}\alpha_0 + \dot{C}^f_{\phi_x z}\left(\phi_{x0}+\phi_x\right) + \dot{C}^f_{\phi_y z}\phi_y + \dot{C}^f_{\phi_z z}\phi_z + \\
+\dot{C}^f_{hy}\Delta\tilde{h} + C^{f2}_{0z} + \dot{C}^{f2}_{\gamma z}\gamma_0 = \frac{2mg}{\rho S_э V_э^2}\left(\phi_{x0}+\phi_x\right) + \delta_z \\
\frac{2m}{\rho l R_э^2}\left(J_{xx}\left(\omega_э\dot{\phi}_z + \ddot{\phi}_x\right) + J_{xy}\ddot{\phi}_y - J_{xz}\left(\omega_э\dot{\phi}_x - \ddot{\phi}_z\right)\right) = M_x + \sigma_x \\
\frac{2m}{\rho l R_э^2}\left(J_{yx}\left(\omega_э\dot{\phi}_z + \ddot{\phi}_x\right) + J_{yy}\ddot{\phi}_y - J_{yz}\left(\omega_э\dot{\phi}_x - \ddot{\phi}_z\right)\right) = M_y + \sigma_y \\
\frac{2m}{\rho l R_э^2}\left(J_{zx}\left(\omega_э\dot{\phi}_z + \ddot{\phi}_x\right) + J_{zy}\ddot{\phi}_y - J_{zz}\left(\omega_э\dot{\phi}_x - \ddot{\phi}_z\right)\right) = M_z + \sigma_z
\end{array}\right. \qquad (24)$$

Запишемо цю систему в безрозмірних параметрах, опускаючи приєднані маси. Уведемо такі масштаби фізичних величин. Масштаб швидкості $V_э$, масштаб прискорення $\frac{V_э^2}{R_э}$, масштаб сили $\frac{\rho S_э V_э^2}{2}$, лінійний масштаб l. Також врахуємо, що тяга екраноплана компенсує аеродинамічні сили, які виникають при стаціонарному польоті.

$$\begin{cases}
\frac{2m}{\rho S_э R_э}\dot{\tilde{v}}_x + \dot{C}^f_{\phi_x x}\phi_x + \dot{C}^f_{\phi_y x}\phi_y + \dot{C}^f_{\phi_z x}\phi_z = \delta_x \\
\frac{2m}{\rho S_э R_э}\dot{\tilde{v}}_y + \dot{C}^f_{\phi_x y}\phi_x + \dot{C}^f_{\phi_y y}\phi_y + \dot{C}^f_{\phi_z y}\phi_z + \dot{C}^f_{hy}\Delta\tilde{h} = \delta_y \\
\frac{2m}{\rho S_э R_э}\dot{\tilde{v}}_z + \dot{C}^f_{\phi_x z}\phi_x + \dot{C}^f_{\phi_y z}\phi_y + \dot{C}^f_{\phi_z z}\phi_z + \dot{C}^f_{hy}\Delta\tilde{h} = \delta_z \\
\frac{2m}{\rho l R^2_э}\left(\tilde{J}_{xx}\left(\omega_э\dot{\phi}_z + \ddot{\phi}_x\right) + \tilde{J}_{xy}\ddot{\phi}_y - \tilde{J}_{xz}\left(\omega_э\dot{\phi}_x - \ddot{\phi}_z\right)\right) = \\
= \left(\dot{\bar{M}}_{\phi_x}\right)_x\phi_x + \left(\dot{\bar{M}}_{\phi_y}\right)_x\phi_y + \left(\dot{\bar{M}}_{\phi_z}\right)_x\phi_z + \left(\dot{\bar{M}}_h\right)_x\Delta h + \sigma_x \\
\frac{2m}{\rho l R^2_э}\left(\tilde{J}_{yx}\left(\omega_э\dot{\phi}_z + \ddot{\phi}_x\right) + \tilde{J}_{yy}\ddot{\phi}_y - \tilde{J}_{yz}\left(\omega_э\dot{\phi}_x - \ddot{\phi}_z\right)\right) = \\
= \left(\dot{\bar{M}}_{\phi_x}\right)_y\phi_x + \left(\dot{\bar{M}}_{\phi_y}\right)_y\phi_y + \left(\dot{\bar{M}}_{\phi_z}\right)_y\phi_z + \left(\dot{\bar{M}}_h\right)_y\Delta h + \sigma_y \\
\frac{2m}{\rho l R^2_э}\left(\tilde{J}_{zx}\left(\omega_э\dot{\phi}_z + \ddot{\phi}_x\right) + \tilde{J}_{zy}\ddot{\phi}_y - \tilde{J}_{zz}\left(\omega_э\dot{\phi}_x - \ddot{\phi}_z\right)\right) = \\
= \left(\dot{\bar{M}}_{\phi_x}\right)_z\phi_x + \left(\dot{\bar{M}}_{\phi_y}\right)_z\phi_y + \left(\dot{\bar{M}}_{\phi_z}\right)_z\phi_z + \left(\dot{\bar{M}}_h\right)_z\Delta h + \sigma_z
\end{cases} \qquad (25)$$

де

$$\dot{\bar{M}}_{\phi_x} = \begin{pmatrix} -\left(\dot{\tilde{z}}_{\phi_x}C^f_y + \dot{\tilde{z}}^1_{\phi_x}C^{f1}_y + \dot{\tilde{z}}^2_{\phi_x}C^{f2}_y\right), \left(\dot{\tilde{z}}_{\phi_x}C^f_x + \dot{\tilde{z}}^1_{\phi_x}C^{f1}_x\right), \left(\tilde{x}_0\dot{C}^f_{\phi_x y} + \dot{\tilde{x}}_{\phi_x}C^f_y\right) + \\ + \left(\tilde{x}^1_0\dot{C}^{f1}_{\phi_x y} - \tilde{y}^1_0\dot{C}^{f1}_{\phi_x x} + \dot{\tilde{x}}^1_{\phi_x}C^{f1}_y\right) + \left(x^2_0\dot{C}^{f2}_{\phi_x y} - \tilde{y}^2_{\phi_x}\dot{C}^{f2}_{\phi_x x} + \dot{\tilde{x}}^2_{\phi_x}C^{f2}_y\right) \end{pmatrix}$$

$$\dot{\bar{M}}_{\phi_y} = \begin{pmatrix} -\left(\dot{\tilde{z}}_{\phi_y}C^f_y + \dot{\tilde{z}}^1_{\phi_y}C^{f1}_y + \dot{\tilde{z}}^2_{\phi_y}C^{f2}_y\right), \left(\dot{\tilde{z}}_{\phi_y}C^f_x + \dot{\tilde{z}}^1_{\phi_y}C^{f1}_x\right), \left(x_0\dot{C}^f_{\phi_y y} + \tilde{x}_{\phi_y}C^f_y\right) + \\ + \left(\tilde{x}^1_0\dot{C}^{f1}_{\phi_y y} - \tilde{y}^1_0\dot{C}^{f1}_{\phi_y x} + \dot{\tilde{x}}^1_{\phi_y}C^{f1}_y\right) + \left(\tilde{x}^2_0\dot{C}^{f2}_{\phi_y y} - \tilde{y}^2_0\dot{C}^{f2}_{\phi_y x} + \dot{\tilde{x}}^2_{\phi_y}C^{f2}_y\right) \end{pmatrix}$$

$$\dot{\bar{M}}_{\phi_z} = \begin{pmatrix} -\left(\dot{\tilde{z}}_{\phi_z}C^f_y + \dot{\tilde{z}}^1_{\phi_z}C^{f1}_y + \dot{\tilde{z}}^2_{\phi_z}C^{f2}_y\right), \left(\dot{\tilde{z}}_{\phi_z}C^f_x + \dot{\tilde{z}}^1_{\phi_z}C^{f1}_x\right), \left(\tilde{x}_0\dot{C}^f_{\phi_z y} + \dot{\tilde{x}}_{\phi_z}C^f_y\right) + \\ + \left(\tilde{x}^1_0\dot{C}^{f1}_{\phi_z y} - \tilde{y}^1_0\dot{C}^{f1}_{\phi_z x} + \dot{\tilde{x}}^1_{\phi_z}C^{f1}_y\right) + \left(\tilde{x}^2_0\dot{C}^{f2}_{\phi_z y} - \tilde{y}^2_0\dot{C}^{f2}_{\phi_z x} + \dot{\tilde{x}}^1_{\phi_z}C^{f2}_y\right) \end{pmatrix}$$

$$\dot{\bar{M}}_h = \left(0, 0, \left(\tilde{x}_0\dot{C}^f_{hy} + \dot{\tilde{x}}_h C^f_y\right)\right)$$

Розв'язання задачі про стійкість руху ґрунтується на аналізі передавальних функцій системи диференціальних рівнянь (25), для чого запишемо цю систему в операторній формі.

$$\begin{cases} \frac{2m}{\rho S_э R_э} pV_x + \dot{C}^f_{\varphi_x x}\Phi_x + \dot{C}^f_{\varphi_y x}\Phi_y + \dot{C}^f_{\varphi_z x}\Phi_z = \Sigma_x \\ \frac{2m}{\rho S_э R_э} pV_y + \dot{C}^f_{\varphi_x y}\Phi_x + \dot{C}^f_{\varphi_y y}\Phi_y + \dot{C}^f_{\varphi_z y}\Phi_z + \dot{C}^f_{hy} H = \Sigma_y \\ \frac{2m}{\rho S_э R_э} pV_z + \dot{C}^f_{\varphi_x z}\Phi_x + \dot{C}^f_{\varphi_y z}\Phi_y + \dot{C}^f_{\varphi_z z}\Phi_z + \dot{C}^f_{hy} H = \Sigma_z \\ \left(\frac{2mJ_{xx}}{\rho l R_э^2} p^2 - \left(\dot{\bar{M}}_{\varphi_x}\right)_x\right)\Phi_x - \left(\dot{\bar{M}}_{\varphi_y}\right)_x \Phi_y + \left(\frac{2m\omega_э J_{xx}}{\rho l R_э^2} p - \left(\dot{\bar{M}}_{\varphi_z}\right)_x\right)\Phi_z - \left(\dot{\bar{M}}_h\right)_x H = \Sigma_x \\ -\left(\dot{\bar{M}}_{\varphi_x}\right)_y \Phi_x + \left(\frac{2mJ_{yy}}{\rho l R_э^2} p^2 - \left(\dot{\bar{M}}_{\varphi_y}\right)_y\right)\Phi_y - \left(\dot{\bar{M}}_{\varphi_z}\right)_y \Phi_z - \left(\dot{\bar{M}}_h\right)_y H = \Sigma_y \\ -\left(\frac{2mJ_{zz}}{\rho l R_э^2}\omega_э p + \left(\dot{\bar{M}}_{\varphi_x}\right)_z\right)\Phi_x - \left(\dot{\bar{M}}_{\varphi_y}\right)_z \Phi_y + \left(\frac{2mJ_{zz}}{\rho l R_э^2} p^2 - \left(\dot{\bar{M}}_{\varphi_z}\right)_z\right)\Phi_z - \left(\dot{\bar{M}}_h\right)_z H = \Sigma_z \end{cases} \tag{26}$$

де $\Phi_x, \Phi_y, \Phi_z, H$ є зображення $\varphi_x, \varphi_y, \varphi_z, \Delta h$. Передавальні функції цієї системи мають дробово-раціональний вираз вигляду $F_i(p) = \frac{A_i(p)}{B(p)}$, де $B(p)$ − характеристичний поліном системи (26), а функція $A_i(p)$ визначається типом збурення δ. Якщо збурення i-го типу руху періодичне з частотою ν_i, то $A_i(p) = \frac{a_i \nu_i p}{p^2 + \nu_i^2}$, a_i – постійна. Тоді передавальна функція має вигляд $F_i(p) = \frac{a_i \nu_i p}{B(p)(p^2 + \nu_i^2)}$. Якщо збурення імпульсне, то $A_i(p) = a_i p$ і $F_i(p) = \frac{a_i p}{B(p)}$. В обох випадках полюси передавальної функції визначаються нулями полінома $B(p)$. Перетворення матриці системи (26) до діагонального вигляду дало змогу отримати множники розкладання полінома $B(p) = \prod_j b_j(p)$:

$$b_1 = b_2 = b_3 = \frac{2m}{\rho S_э R_э} p$$

$$b_4 = \left(J_{xx} p^2 - \frac{\rho l R_э^2 \left(\dot{\bar{M}}_{\phi_x}\right)_x}{2m} \right)$$

$$\mathrm{b}_5=\left(\frac{2mJ_{xx}}{\rho l \mathrm{R}_э^2}p^2-\left(\dot{M}_{\phi_x}\right)_{\mathrm{x}}\right)\left(\frac{2mJ_{yy}}{\rho l \mathrm{R}_э^2}p^2-\left(\dot{M}_{\phi_y}\right)_{\mathrm{y}}\right)-\left(\dot{M}_{\phi_y}\right)_{\mathrm{x}}\left(\dot{M}_{\phi_x}\right)_{\mathrm{y}}$$

$$b_6=\left(\frac{2mJ_{xx}}{\rho l \mathrm{R}_э^2}p^2-\left(\dot{M}_{\phi_x}\right)_{\mathrm{x}}\right)\left(\frac{2mJ_{zz}}{\rho l \mathrm{R}_э^2}p^2-\left(\dot{M}_{\phi_z}\right)_{\mathrm{z}}\right)+\left(\frac{2mJ_{zz}}{\rho l \mathrm{R}_э^2}\omega_э p+\left(\dot{M}_{\phi_x}\right)_{\mathrm{z}}\right)\left(\frac{2m\omega_э J_{xx}}{\rho l \mathrm{R}_э^2}p-\left(\dot{M}_{\phi_z}\right)_{\mathrm{x}}\right)-$$
$$-\left(\left(\frac{2mJ_{xx}}{\rho l \mathrm{R}_э^2}p^2-\left(\dot{M}_{\phi_x}\right)_{\mathrm{x}}\right)\left(\dot{M}_{\phi_z}\right)_{x}-\left(\frac{2m\omega_э J_{xx}}{\rho l \mathrm{R}_э^2}p-\left(\dot{M}_{\phi_z}\right)_{\mathrm{x}}\right)\left(\dot{M}_{\phi_x}\right)_{\mathrm{y}}\right)\times \qquad (27)$$
$$\times\left(\left(\frac{2mJ_{xx}}{\rho l \mathrm{R}_э^2}p^2-\left(\dot{M}_{\phi_x}\right)_{\mathrm{x}}\right)\left(\dot{M}_{\phi_y}\right)_{\mathrm{z}}+\left(\frac{2mJ_{zz}}{\rho l \mathrm{R}_э^2}\omega_э p+\left(\dot{M}_{\phi_x}\right)_{\mathrm{z}}\right)\left(\dot{M}_{\phi_y}\right)_{\mathrm{x}}\right)$$

Згідно з теорією стійкості, система буде стійкою за умови відсутності дійсних нулів полінома $B(p)$, що можна тепер висловити у вигляді вимог до аеродинамічних характеристик екраноплана:

$$\frac{\left(\dot{M}_{\varphi_x}\right)_{\mathrm{y}}}{\left(\dot{M}_{\varphi_y}\right)_{\mathrm{y}}}\geq\frac{\left(\dot{M}_{\varphi_x}\right)_{\mathrm{x}}}{\left(\dot{M}_{\varphi_y}\right)_{\mathrm{x}}}, \qquad (28)$$

або, явно виражаючи коефіцієнти моментів через коефіцієнти сил і точки їхнього прикладання,

$$\frac{\left(\dot{\tilde{z}}_{\varphi_x}C_{\mathrm{x}}^{f}+\dot{\tilde{z}}_{\varphi_x}^{1}C_{x}^{f1}\right)}{\left(\dot{\tilde{z}}_{\varphi_y}C_{x}^{f}+\dot{\tilde{z}}_{\varphi_y}^{1}C_{x}^{f1}\right)}\leq\frac{\left(\dot{\tilde{z}}_{\varphi_x}C_{y}^{f}+\dot{\tilde{z}}_{\varphi_x}^{1}C_{y}^{f1}\right)}{\left(\dot{\tilde{z}}_{\varphi_y}C_{y}^{f}+\dot{\tilde{z}}_{\varphi_y}^{1}C_{y}^{f1}\right)} \qquad (28')$$

$$\frac{\left(\dot{M}_{\varphi_{\mathrm{x}}}\right)_{\mathrm{x}}}{\left(\dot{M}_{\varphi_z}\right)_{\mathrm{x}}}\geq\frac{\left(\dot{M}_{\varphi x}\right)_{\mathrm{z}}}{\left(\dot{M}_{\varphi_z}\right)_{\mathrm{z}}}\ \text{и}\ \frac{J_{xx}}{J_{zz}}\geq\frac{\left(\dot{M}_{\varphi_z}\right)_{\mathrm{x}}}{\left(\dot{M}_{\varphi_x}\right)_{\mathrm{z}}}, \qquad (29)$$

або явно

$$\frac{\left(\dot{\tilde{z}}_{\phi_x}C_{y}^{f}+\dot{\tilde{z}}_{\phi_x}^{1}C_{y}^{f1}\right)}{\left(\dot{\tilde{z}}_{\phi_z}C_{y}^{f}+\dot{\tilde{z}}_{\phi_z}^{1}C_{y}^{f1}\right)}\geq$$
$$\geq\frac{\left(\left(\tilde{x}_0\dot{C}_{\phi_x y}^{f}+\dot{\tilde{x}}_{\phi_x}C_{y}^{f}\right)+\left(\tilde{x}_0^1\dot{C}_{\phi_x y}^{f1}-\tilde{y}_0^1\dot{C}_{\phi_x x}^{f1}+\dot{\tilde{x}}_{\phi_x}^1C_{y}^{f1}\right)+\left(\tilde{x}_0^2\dot{C}_{\phi_x y}^{f2}-\tilde{y}_{\phi_x}^2\dot{C}_{\phi_x x}^{f2}+\dot{\tilde{x}}_{\phi_x}^2C_{y}^{f2}\right)\right)}{\left(\left(\tilde{x}_0\dot{C}_{\phi_z y}^{f}+\dot{\tilde{x}}_{\phi_z}C_{y}^{f}\right)+\left(\tilde{x}_0^1\dot{C}_{\phi_z y}^{f1}-\tilde{y}_0^1\dot{C}_{\phi_z x}^{f1}+\dot{\tilde{x}}_{\phi_z}^1C_{y}^{f1}\right)+\left(\tilde{x}_0^2\dot{C}_{\phi_z y}^{f2}-\tilde{y}_0^2\dot{C}_{\phi_z x}^{f2}+\dot{\tilde{x}}_{\phi_z}^2C_{y}^{f2}\right)\right)} \qquad (29')$$

$$\frac{J_{xx}}{J_{zz}} \geq$$

$$\geq \frac{\left(\dot{\tilde{z}}_{\phi_z} C_y^f + \dot{\tilde{z}}_{\phi_z}^1 C_y^{f1} + \dot{\tilde{z}}_{\phi_z}^2 C_y^{f2}\right)}{\left(\left(\tilde{x}_0 \dot{C}_{\phi_x y}^f + \dot{\tilde{x}}_{\phi_x} C_y^f\right) + \left(\tilde{x}_0^1 \dot{C}_{\phi_x y}^{f1} - \tilde{y}_0^1 \dot{C}_{\phi_x x}^{f1} + \dot{\tilde{x}}_{\phi_x}^1 C_y^{f1}\right) + \left(\tilde{x}_0^2 \dot{C}_{\phi_x y}^{f2} - \tilde{y}_{\phi_x}^2 \dot{C}_{\phi_x x}^{f2} + \dot{\tilde{x}}_{\phi_x}^2 C_y^{f2}\right)\right)}$$

$$\left(\left(\overline{\dot{M}}_{\varphi_x}\right)_{\text{y}} - \left(\overline{\dot{M}}_{\varphi_x}\right)_{\text{x}}\right) \leq \frac{mJ_{xx}\,\omega_{э}}{2\rho l R_{э}^2} \frac{\left(\overline{\dot{M}}_{\varphi_x}\right)_{\text{y}}}{\left(\overline{\dot{M}}_{\varphi_z}\right)_{\text{x}}} \tag{30}$$

або явно

$$\begin{gathered}\left(\dot{\tilde{z}}_{\phi_x}\left(C_y^f + C_{\text{x}}^f\right) + \dot{\tilde{z}}_{\phi_x}^1\left(C_y^{f1} + C_x^{f1}\right) + \dot{\tilde{z}}_{\phi_x}^2\left(C_y^{f2} + C_x^{f2}\right)\right) \geq \\ \geq \frac{mJ_{xx}\,\omega_{э}}{2\rho l R_{э}^2} \frac{\left(\dot{\tilde{z}}_{\phi_x} C_{\text{x}}^f + \dot{\tilde{z}}_{\phi_x}^1 C_x^{f1}\right)}{\left(\dot{\tilde{z}}_{\phi_z} C_y^f + \dot{\tilde{z}}_{\phi_z}^1 C_y^{f1}\right)}\end{gathered} \tag{30'}$$

Складність взаємовпливу АДХ, відображена в цих умовах, ускладнює проведення якісного аналізу появи компенсуючих моментів, що приводять апарат до опорного руху. Однак, система умов (22), (23), (28), (29), (30) дають змогу перевірити, чи задовольняє аеродинамічне компонування апарата умовам стійкості руху за круговою траєкторією з малими збуреннями параметрів $\varphi_{\text{x}}, \varphi_y, \varphi_z$ під час безпосереднього розрахунку, а на етапі проєктування, і за необхідності, вносити зміни в конструкцію, впливаючи або на перші похідні коефіцієнтів аеродинамічних сил, або на перші похідні координат центрів їх зосередження.

Висновок. Вивчено питання про стаціонарний рух екраноплана круговою траєкторією, отримано умови такого руху, що накладаються на параметри елементів керування: кути відхилення елеронів і рулів.

Вивчено питання про стійкість рівномірного руху екраноплана відносно опорної кругової траєкторії, отримано умови стійкості, що накладаються на аеродинамічне компонування апарата.

СПИСОК ЛІТЕРАТУРИ

1. *Качур, Д.Р., Голіков, В.В., Косой, М.Б. Задача про стійкий рух екраноплану при стаціонарному поздовжньому переміщенні на висоті h і малих обуреннях по кутах тангажу, крену та висоті польоту // Вісник ОНМУ. – 2016. – № 68. – С. 27-52. https://doi.org/10.47049/2226-1893-2023-1-27-52*

2. *Вшивков Ю.Ф., Галушко Е.А. Математическая модель аэродинамики экраноплана в случае нестационарного обтекания на основе ansys // Актуальне проблемы авиации и космонавтики: Серия «эксплуатация и надежность авиационной техники» . – 2015. – С. 644-645.*
3. *Вшивков Ю.Ф., Галушко Е.А., Кривель С.М. Концепция и результаты аэродинамического Проектирования экраноплана с широким диапазоном эксплуатационных углов атаки // [Электронный ресурс] Международный информационно-аналитический журнал «CredeExperto: транспорт, общество, образование, язык». № 1 (03). 2015*
4. *Вшивков Ю.Ф., Галушко Е.А., Кривель С.М. Аэродинамическое проектирование экраноплана с вcase високими несущиим свойствами на основе численного моделирования с применением системы ANSYS. Сборник статей 4-й научно-технической конференции «авиамашиностроение и транспорт Сибири» Иркутск, Изд. ИрГТУ. – 2014. С. 51-55.*
5. *Братусь С.Ю., Вшивков Ю.Ф., Галушко Е.А., Гусев И.Н., Кривель С.М. Аэродинамические особенности и характеристики компоновок экраноплана схем «Утка» и «Тандем» //Вестник ИрГТУ. – 2016. – № 5(113). – С. 168-180.*
6. *Wang Hao, CJ Teo, BC Khoo, CJ Goh. Aerodynamic and stability characteristics of NACA4412 in ground effects // International Journal of Intelligent Unmanned systems.– 2013. https://doi.org/10.1108/20496421311330065.*
7. *Lao C.T., Wong E.T.T. CFD Simulation of a Wing-In-Ground-Effect UAV \\ IOP Conf. Series: Materials Science and Engineering 370 (2018) 012006. https://doi:10.1088/1757-899X/370/1/012006*
8. *Украинец Е.А., Корниенко А.П., Зимин В.А., Онищенко С.Д., Сметана С.Н., Крюченко А.Ю. Определение аэродинамических характеристик модели экраноплана в аэродинамической трубе Т-1 Харьковского университета воздушных сил // Зб. наук. праць Харківського університету повітряних сил. – 2014. – № 1(38). – С. 57-60.*
9. *Белинский В.Г. О возмущенном движении экранопланов над взволнованной поверхностью моря // Прикладна гідромеханіка.– 2006. – Том 8. – № 3. – С.3-15*
10. *Мещеряков И.Н. Влияние конструктивных и режимных параметров на устойчивость экраноплана вблизи опорной поверхности // Научный вестник МГТУ ГА.– 2010. – № 151. – С.175-180.*
11. *Мещеряков И.Н. Математическая модель динамики продольного движения экраноплана с учетом влияния волны // Научный вестник МГТУ ГА. – 2009. – № 138. – С. 230-234.*
12. *Пастухов А.И., Галемин Е.К. К задаче о крыле, движущемся вблизи экранирующей поверхности // Вестник МГТУ им. Н.Э. Баумана. Сер. «Машиностроение». – 2007. – № 2. – С.3-7.*

13. *Грязин В.Е., Стрелков В.В. Устойчивость, управляемость и принципы автоматизации управления экранопланом на крейсерском режиме полета // Ученые записки ЦАГИ. – 2004. – Т.35. – № 3-4. – С. 79-90.*
14. *Суржик В.В. Моделирование динамики экраноплана // Вестник ИрГТУ. – 2006. – № 2 (26). – С.155-158.*
15. *Княжский А.Ю., Небылов А В., Небылов В.А. Увеличение аэродинамического качества экраноплана за счет огибания волн // Ннформационно-управляющие системы.– 2017.– № 6. – С. 24-28.*
16. *Тимербулатов А.М. Расчет обтекания крыла конечной толщины потоком невязкой несжимаемой жидкости в присутствии экрана //\ Ученые записки ЦАГИ. – 1985. – Т.16. – № 6. – С. 28-35.*

REFERENCE

1. *Kachur D.R., Holikov V.V., Kosoi M.B. (2023) Zadacha pro stiikyi rukh ekranoplanu pry statsionarnomu pozdovzhnomu peremishchenni na vysoti h i malykh oburenniakh po kutakh tanhazhu, krenu ta vysoti polotu [The problem of stable movement of an ekranoplane during stationary longitudinal movement at a height h and small perturbations in the angles of pitch, roll and flight height] Visnyk ONMU. № 68. P.27-52. https://doi.org/10. 47049/2226-1893-2023-1-27-52*
2. *Vshivkov Yu. F., Galushko E.A. (2015) Matematicheskaya model aerodinamiki ekranoplana v sluchae nestatsionarnogo obtekaniya na osnove ansy [Mathematical model of ekranoplan aerodynamics in the case of non-stationary flow on the basis of ansys]. Aktualnyie problemyi aviatsii i kosmonavtiki, ser. «kspluatatsiya i nadezhnostь aviatsionnoy tehniki», pp. 644-645.*
3. *Vshyvkov Yu.F., Halushko E.A., Kryvel S.M. (2015) Kontseptsyia y rezul-tatы aэrodynamycheskoho Proektyrovanyia эkranoplana s shyrokym dyapazonom ekspluatatsyonnikh uglov ataky [Concept and results of aero-dynamic design of an ekranoplan with a wide range of operational angles of attack] Mezhdunarodnyj informatsyonno-analytycheskyj zhurnal «Crede Experto: transport, obshchestvo, obrazovanye, yazik». no.1 (03).*
4. *Vshivkov Iu.F., Galushko E.A., Krivel' S.M. Aerodinamicheskoe proektirovanie ekrano-plana s vysokimi nesushchimi svoistvami na osnove chislennogo modelirovaniia s primeneniem ANSYS [Aerodynamic designing of an ekranoplan with high lifting properties on the basis of ANSYS-based computational simulation]. Sbornik stat'ei 4-oi Vserossiiskoi nauchno-tekhnicheskoi konferentsii «Aviamashinostroenie i transport Sibiri». Irkutsk, IrGTU Publ., 2014, pp. 51-55.*

5. *Bratus S.Iu., Vshyvkov Yu.F., Halushko E.A., Husev Y.N., Kryvel S.M. (2016) Aэrodynamycheskye osobennosty y kharakterystyky komponovok эkrano-plana skhem «Utka» y «Tandem» [Aerodynamic features and chara-cteristics of the layout of the ekranoplan schemes «Duck» and «Tandem»]. Vestnyk IrGTU, no. 5(113), pp.168-180.*
6. *Wang Hao, CJ Teo, BC Khoo, CJ Goh. Aerodynamic and stability characte-ristics of NACA4412 in ground effects // International Journal of Intelligent Unmanned systems.– 2013. https://doi.org/10.1108/20496421311330065.*
7. *Lao C.T., Wong E.T.T. CFD Simulation of a Wing-In-Ground-Effect UAV // IOP Conf. Series: Materials Science and Engineering 370 (2018) 012006. https://doi:10.1088/1757-899X/370/1/012006*
8. *Ukrainets E.A., Kornienko A.P., Zimin V.A., Onischenko S.D., Smetana S.N., Kryuchenko A.Yu. (2014) Opredelenie aerodinamicheskih harakteristik modeli ekranoplana v aerodinamicheskoy trube t 1 harkovskogo universiteta vozdushnyih sil [Determination of the aerodynamic characteristics of the ekranoplane model in the T-1 wind tunnel of the kharkov university of air forces]. Zbirnik naukovih prats harkivskogo universitetu povitryanih sil, no.1(38), pp. 57-60.*
9. *Belinskiy V.G. (2006) O vozmuschennom dvizhenii ekranoplanov nad vzvolnovannoy poverhnostьyu morya [Study of the dynamic characteristics of the ekranoplan on the takeoff mode]. Prikladna gidromehanika, vol. 8, no. 3. pp. 3-15.*
10. *Mescheryakov I.N. (2010) Vliyanie konstruktivnyih i rezhimnyih parametrov na ustoychivostь ekranoplana vblizi opornoy poverhnosti [Influence of design and mode parameters on the stability of the ekranoplan near the support surface]. Nauchnyiy vestnik MGTU GA no. 151, pp. 175-180.*
11. *Mescheryakov I.N. (2009) Matematicheskaya model' dinamiki prodolnogo dvizheniya ekranoplana s uchetom vliyaniya volnyi [Mathematical model of the dynamics of the longitudinal movement of the ekranoplan, taking into account the influence of the wave]. Nauchnyiy vestnik MGTU GA no. 138, pp. 230-234.*
12. *Pastuhov A.I., Galemin E.Kh. (2007) K zadache o kryile, dvizhuschemsya vblizi ekraniruyuschey poverhnosti [On the problem of a wing moving near a screening surface]. Vestnik MGTU im. N.E. Baumana. ser. «Mashinostroenie ». no. 2, pp. 3-7.*
13. *Gryazin V.E., Strelkov V.V. (2004) Ustoychivostь, upravlyaemost' i printsipy avtomatizatsii upravleniya ekranoplanom na kreyserskom rezhime poleta [Stability, control, and principles of automation of ekranoplan control in cruise flight mode]. Uchenyie zapiski TSAGI. vol. 35, no. 3-4, pp. 79-90.*
14. *Surzhik V.V.(2006) Modelirovanie dinamiki ekranoplana [Simulation of the dynamics of the ekranoplan]. Vestnik IRGTU, no. 2 (26), pp. 155-158.*

15. *Knyazhskiy A.Yu., Nebyilov A.V., Nebyilov V.A. (2017). Uvelichenie aerodinamicheskogo kachestva ekranoplana za schet ogibaniya voln [Increasing the aerodynamic quality of the ekranoplan due to wave bending]. Informatsionno upravlyayuschie sistemyi, no. 6, pp. 24-28.*
16. *Timerbulatov A.M. (1985) Raschet obtekaniya kryila konechnoy tolschinyi potokom nevyazkoy neszhimaemoy zhidkosti v prisutstvii ekrana [calculation of the flow around a wing of finite thickness by a flow of a nonviscous incompressible fluid in the presence of a screen]. Uchenyie zapiski TSAGI, vol. 16, no. 6, pp. 28-35.*

Стаття надійшла до редакції 15.05.2023

Посилання на статтю: **Качур Д.Р., В.В. Голиков, Косой М.Б.** Задача про рух екраноплана по круговій траєкторії, стійкий до малих збурень // Вісник Одеського національного морського університету: Зб. наук. праць, 2023. № 2 (69). С. 24-52. DOI 10.47049/2226-1893-2023-2-24-52 .

Article received 15.05.2023

Reference a journal artic: Kachur D., Golikov V., Kosoy M. The problem of circular motion of a surfaceeffect craft, resistant to small perturbations // Herald of the Odessa national maritime university: Coll. scient. works, 2023. № 2 (69). P. 24-52. DOI 10.47049/2226-1893-2023-2-24-52.