

УДК 624.012.45.04:539.376

DOI 10.47049/2226-1893-2023-4-59-66

**НАБЛИЖЕНА МЕТОДИКА ВИЗНАЧЕННЯ КОРОТКОЧАСНОЇ  
І ТРИВАЛОЇ ЖОРСТКОСТІ ЗАЛІЗОБЕТОННИХ ЕЛЕМЕНТІВ,  
ЩО ЗГИНАЮТЬСЯ**

**Н.О. Яременко**

к.т.н., доцент кафедри «Машинознавство і інженерна механіка»

ORCID ID: 0000-0002-8510-4938

**В.В. Олійников**

к.т.н., доцент кафедри «Машинознавство і інженерна механіка»

**І.О. Біла**

ст. викладач кафедри «Машинознавство і інженерна механіка»

ORCID ID: 0009-0009-8876-8444

**М.А. Орлов**

ст. викладач кафедри «Машинознавство і інженерна механіка»

*Одеський національний морський університет, Одеса, Україна*

***Анотація.** В статті розглянуто визначення короткочасної і тривалої жорсткості залізобетонних елементів, що згинаються.*

*Для розрахунків взяті елементи, які посилені нарощуванням.*

*Чисельним експериментом обґрунтована достовірність рекомендацій І.І.Уліцького за наближеним визначенням короткочасної і тривалої жорсткості залізобетонних елементів, що згинаються.*

*Розрахункові формули рекомендуються для визначення жорсткості елементів, що згинаються, посилених нарощуванням. Також доведено, що придатні для використання в розрахунках формули для визначення жорсткості елементів посилених нарощуванням зверху і знизу.*

***Ключові слова:** балка, жорсткість, вигин, посилення, короткочасна жорсткість, тривала жорсткість.*

UDC 624.012.45.04:539.376

DOI 10.47049/2226-1893-2023-4-59-66

**APPROXIMATE METHOD FOR DETERMINING  
THE SHORT-TERM AND LONG-TERM HARDNESS  
OF REINFORCED CONCRETE ELEMENTS THAT BEND**

**N.O. Yaremenko**

PhD, Associate Professor

at the Department «Machine Science and Engineering Mechanics»

ORCID ID: 0000-0002-8510-4938

**V.V. Oleynikov**

PhD, Associate Professor

at the Department «Machine Science and Engineering Mechanics»

**I.O. Bila, M.A. Orlov**

Senior lecturer at the Department «Machine Science and Engineering Mechanics»

*Odesa National Maritime University, Odesa, Ukraine*

**Abstract.** The article considers the definition of short-term and long-term stiffness of reinforced concrete elements that bend.

For the calculations, elements that are strengthened by the build-up are taken.

The reliability of the recommendations of I.I. Ulitskyi is substantiated by a numerical experiment. According to the approximate definition of short-term and long-term stiffness of reinforced concrete elements that bend. Calculation formulas are recommended for determining the stiffness of bending elements strengthened by building up. It has also been proven that the formulas for determining the stiffness of elements reinforced by top and bottom reinforcement are suitable for use in calculations.

**Keywords:** beam, stiffness, flexural, reinforced, short-term hardness, long-term hardness.

**Постановка проблеми.** Задача визначення жорсткості елементів з тріщинами, що згинаються, при короткочасному та довгочасному навантаженні глибоко та всебічно вивчена. Для цього слід пригадати дослід, зроблені В.І. Мурашовим [1], І.С. Прокоповичем [2], Є.А. Яценко [3]. З точки зору практичного застосування зручні пропозиції І.І. Уліцького [4-5], що дозволяють визначити жорсткість  $D$  без послідовних наближень.

$$D = E_b J \cdot K_M, \quad (1)$$

де  $J = bh^3/12$ , момент інерції прямокутного переріза;

$K_M$  - коефіцієнт зниження жорсткості.

$$K_M = \frac{12\mu_s\alpha_E(1-0,5\xi_0)}{\psi_s + 2\mu_s\alpha_E(1+\phi_t)/\xi_0}, \quad (2)$$

де  $\mu_s = A_s/bh_0$  – коефіцієнт армування;

$\alpha_E = E_s/E_b$  – відношення модулів пружності арматурної сталі і бетону;

$\xi_0$  – гранична відносна висота стиснутої зони бетону;

$\psi_s$  – коефіцієнт В.І. Мурашова;

$\phi_t$  – характеристика лінійної повзучості бетону.

$$\xi_0 = \mu_s\alpha_E \left( \sqrt{1 + \frac{2}{\mu_s\alpha_E}} - 1 \right) \quad (3)$$

$$\psi_s = 1 - \frac{0,7}{\phi_e} \zeta \quad (4)$$

$$\phi_e = 1 + 5\mu_s\alpha_E, \quad \zeta = \frac{M_{crc}}{M}, \quad M_{crc} = \frac{bh^2}{3,5}, \quad (5)$$

де  $M_{crc}$  – пружнопластичний момент тріщиноутворення;

$M$  – прикладений згинальний момент, який більше  $M_{crc}$  і менше граничного моменту  $M_v$

$$M_v = R_b b h_0^2 \mu_s \frac{R_s}{R_b} \left( 1 - 0,5 \mu_s \frac{R_s}{R_b} \right). \quad (6)$$

**Мета статті** полягає в визначенні жорсткості елементів, що згинаються, посилені нарощуванням. Збільшення несучої здатності балок.

**Викладення основного матеріалу.** Для перевірки вказаних формул використаємо дані про залізобетонні балки з тріщинами, що вигинаються. Дані врахуємо з робіт І.М. Літвінова. У 1937-1938 роках проводились випробування балок двох серій, посилені нарощуванням знизу або зверху. І.М. Літвіновим доведена ефективність посилення напівзруйнованих балок нарощуванням знизу і зверху. Методика НДІЗБ наведена автором для розрахунку посилені балок дозволяє виконати детальний аналіз напружено-деформованого стану нормальних перерізів. Додаткові дані розміщені нижче, в табл. 1 і 2 та на рис. 1 і рис. 2.

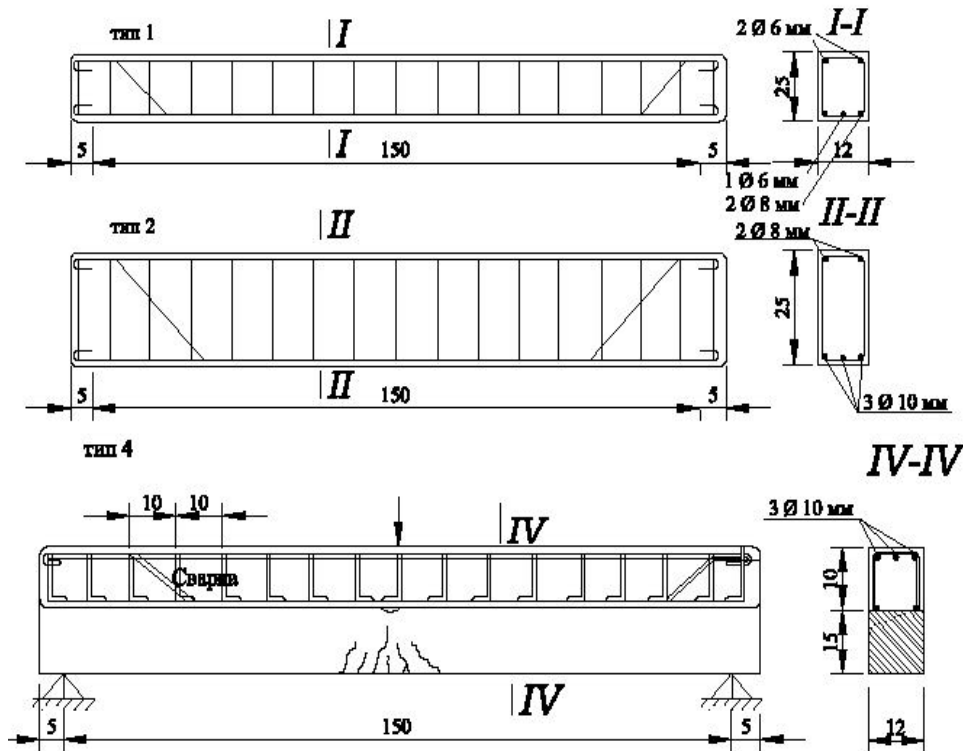


Рис. 1. Експериментальні балки при посиленні нарощуванням

Таблиця 1

Дані для розрахунків

Тип балок	$J$ $м^4$	$E_b J$ $кНм^2$	$M_{crc}$ $кНм^2$	$\mu_s$	$\mu_s \alpha_E$
1	0.337	621	0.57	0.0072	0.071
2	1.562	2875	1.85	0.0079	0.077
4	1.562	2875	1.85	0.0043	0.042

Таблиця 2

Зміна відносної жорсткості  $K_M = D/EJ$  в залежності від рівня зусиль  $\zeta = M_{crc} / M$

Тип 1			Тип 2			Тип 4		
$M$ $кНм$	$\zeta$	$K_M$	$M$ $кНм$	$\zeta$	$K_M$	$M$ $кНм$	$\zeta$	$K_M$
1.65	0.41	0.476	3.30	0.56	0.617	3.30	0.56	0.392
2.47	0.27	0.443	4.95	0.37	0.553	4.95	0.37	0.354
3.30	0.20	0.424	6.60	0.28	0.523	6.60	0.28	0.339
4.13	0.16	0.407	8.25	0.22	0.505	8.25	0.22	0.328
4.33	0.15	0.403	9.90	0.19	0.490	9.07	0.21	0.195
4.43	0.15	0.352	11.55	0.16	0.474	9.49	0.20	0.154
4.49	0.15	0.311	13.20	0.14	0.458	9.80	0.19	0.132
4.64	0.15	0.149	14.03	0.13	0.369	9.90	0.19	0.098

Пунктиром вказана залежність для  $K_M$ , що визначається за формулою (2).

З наведених даних ясно, що жорсткість балок з тріщинами при коротко-часній дії навантаження визначається, в основному, кількістю арматури ( $\mu$ ), співвідношенням модулів пружності ( $\alpha_E$ ) та рівнем навантаження ( $\zeta$ ). При довготривалій дії навантаження істотний вплив мають тривалі процеси, що визначаються характеристикою повзучості  $\varphi_t$  (див. табл. 3).

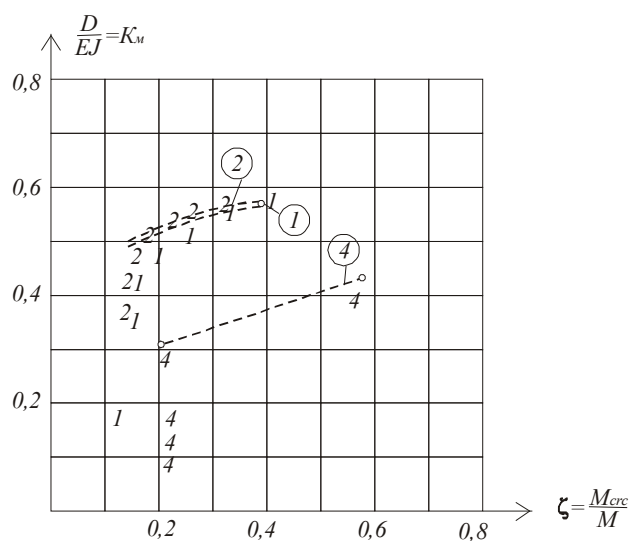


Рис. 2. Графік зміни відносної жорсткості балок типів 1, 2 та 4 в залежності від рівня зусиль

Таблиця 3

Короткочасні  $f_k$  і довготривалі  $f_d$  прогини залізобетонних балок з тріщинами із дослідів І.І. Уліцького [4-5]

Серія	$\mu$	$P_{кН}$	$\zeta$	Прогин, мм				Похибка, % $\frac{f_D^0 - f_D^P}{f_D^0} \cdot 100$
				дослід		розрахунок		
				$f_k$	$f_d$	$f_k$	$f_d$	
БІ	0.0043	6.900	0.77	2.41	3.85	2.00	3.71	3.6
БІ	0.0043	6.580	0.77	2.45	3.97	2.00	3.71	6.5
БІІ	0.0013	14.35	0.38	3.20	4.58	2.26	4.36	4.8
БІІІ	0.0014	14.32	0.38	3.62	4.62	2.47	4.50	2.6

Кожна серія в цих дослідів складалась з 3-х балок; у таблиці наведені дослідні прогини, середні по 3-м зразкам. Розрахункові прогини визначаються за формулою

$$f = \frac{11}{384} \cdot \frac{Pl^3}{D},$$

де  $P$  – величина кожної з двох зосереджених сил, прикладених в чвертях проліту  
 $l = 2 \text{ м}$ ;

$B$  – жорсткість.

Переріз балок  $b \times h = 10 \times 20 \text{ см}$ . Арматура класа АІІ  $\varnothing 10$  та  $\varnothing 18$ ;

$$\sigma_T = 270,0 \text{ МПа}, E_s = 2,1 \cdot 10^5 \text{ МПа}.$$

Фізико-механічні характеристики бетону в МПа

$$E_b = 3,61 \cdot 10^4; R_b = 30,5; R_{bt} = 2,44.$$

$$M_{crc} = 2,79 \text{ кНм}; E_b J = 2407 \text{ кНм}^2.$$

Характеристика повзучості бетону описана формулой

$$\phi_t = 2,2 \left( 1 - e^{-0,04t} \right). \quad (7)$$

К моменту закінчення довготривалих дослідів, при  $t = 210$  діб.  $\phi_t = 2,2$ .

Осьова жорсткість  $C$  визначається формулой

$$C = E_b K_N \cdot F, \quad (8)$$

де  $F = b \times h$  – площа переріза елемента;

$$K_N = v_{bt} = \frac{v_b}{1 + v_b A_t} \text{ – коефіцієнт зміни сичного модулю бетону при коротко-}$$

часному і довготривалому навантаженні;

$v_{bt}$  – те ж, при довготривалій дії навантаження. Для висхідної гілки діаграми:

$A_t = f_c(\eta^*) \cdot \phi_t$  – функція, що враховує нелінійність деформацій повзучості;

$\eta$  – рівень напруг;

$\hat{\sigma}_b = R_b$  – при стиску;

$\hat{\sigma}_b = R_{bt}$  – при розтягу;

$$\gamma_{b2} = 0,92 - 0,016 \ln t \quad (9)$$

$t$  – тривалість дії навантаження.

Для низхідної гілки діаграми

$$A_t = f_c(\gamma_{b2}) \phi_t / \eta^* \quad (10)$$

Жорсткість розтягнутих елементів з тріщинами визначається формулами

$$C = E_b b h \cdot K_N, \quad (11)$$

$$K_N = \frac{(\mu_s - \mu'_s) \alpha_E}{\psi_s^N}$$

$\mu_s + \mu'_s$  – коефіцієнти армування всього перерізу;

$\psi_s^N$  – коефіцієнт Мурашова В.І., що визначається формулою (4).

При цьому

$$\zeta = \frac{N_{crc}}{N}, \quad N_{crc} = b h R_{bt}. \quad (12)$$

Тут необхідно враховувати всю арматуру перерізу. Вочевидь, що повздовжнє зусилля  $N < N_u$ ,  $N_u = R_s A_s$ . В наведених залежностях використовують січний модуль деформацій. У випадку складного або циклічного навантаження краще застосувати дотичний модуль деформацій, який рекомендований С.Ф. Клованичем [6].

**Висновок.** Чисельним експериментом обґрунтована достовірність рекомендацій І.І. Улицького по наближеному визначенню короткочасної і довготривалої жорсткості залізобетонних елементів, що згинаються. Відповідні розрахункові формули (1)-(5) рекомендуються і для визначення жорсткості елементів, що згинаються, посилені наросуванням зверху або знизу, що доведено експериментальними даними Н.М. Літвінова [7; 8].

#### СПИСОК ЛІТЕРАТУРИ

1. Мурашев В.И. Трещиноустойчивость, жесткость и прочность железобетона. – М.: Машистройиздат, 1950. – 268 с.
2. Прокопович И.Е., Зедгенидзе В.А. Прикладная теория ползучести. – М.: Стройиздат, 1980. – 240 с.
3. Яценко Е.А., Корнилова С.В., Бовин А.А. Теория ползучести железобетонных конструкций. – Днепропетровск: Guadeatus, 2000. – 600 с.
4. Улицкий И.И., Метелюк Н.С., Реминец Г.М. Жесткость изгибаемых железобетонных элементов. – К.: Госстройиздат УССР, 1963. – 85 с.
5. Улицкий И.И., Русинов И.А. Экспериментальное исследование деформативности бетона и жесткости изгибаемых элементов при длительном нагружении. В сб. Строительные конструкции, Вып. XIII, АСИА УССР. – К.: Госстройиздат УССР, 1959.

6. Клованич С.Ф. *Механика железобетона в расчетах конструкций. Будівельні конструкції. Вип. 52. Київ, НДІБК, 2000. – С. 107-115.*
7. Онуфриев Н.М. *Усиление железобетонных конструкций промышленных зданий и сооружений. – М.-Л.: Стройиздат, 1965. – 342 с.*
8. Литвинов И.М. *Усиление и восстановление железобетонных конструкций. – М.-Л.: Стройиздат, 1942. – 95 с.*

#### REFERENCES

1. Murashev V.I. *Crack resistance, stiffness and strength of reinforced concrete. – M.: Mashstroyizdat, 1950. – 268 p.*
2. Prokopovich I.E., Zedgenidze V.A. *Applied theory of creep. – M.: Stroyizdat, 1980. – 240 p.*
3. Yatsenko E.A., Korniylova S.V., Bovin A.A. *The theory of creep of reinforced concrete structures. – Dnipropetrovsk: Guadeamus, 2000. – 600 p.*
4. Ulytskyi I.I., Metelyuk N.S., Remynets H.M. *Stiffness of bending reinforced concrete elements. – K.: Gosstroyizdat of the Ukrainian SSR, 1963. – 85 p.*
5. Ulytsky I.I., Rusinov I.A. *Experimental study of concrete deformability and stiffness of bending elements under long-term loading. On Sat. Building constructions, Vol. XIII, ASyA of the Ukrainian SSR. – K.: Gosstroyizdat of the Ukrainian SSR, 1959.*
6. Klovanych S.F. *Mechanics of reinforced concrete in structural calculations. Building structures. Vol. 52, Kyiv, NDIBK, 2000. – P. 107-115.*
7. Onufriev N.M. *Reinforcement of industrial reinforced concrete structures built and constructed. – M.-L.: Stroyizdat, 1965. – 342 p.*
8. Litvinov I.M. *Strengthening and restoration of reinforced concrete structures. – M.-L.: Stroyizdat, 1942. – 95 p.*

*Стаття надійшла до редакції 24.11.2023*

**Посилання на статтю: Яременко Н.О., Олійников В.В., Біла І.О., Орлов М.А.**

Наближена методика визначення короткочасної і тривалої жорсткості залізобетонних елементів, що згинаються // Вісник Одеського національного морського університету: Зб. наук. праць, 2023. № 4 (71). С. 59-66. DOI 10.47049/2226-1893-2023-4-59-66.

*Article received 24.11.2023*

**Reference a journalartic: Yaremenko N.O., Oleyhikov V.V., Bila I.O., Orlov M.A.**

Approximate method for determining the short-term and long-term hardness of reinforced concrete elements that bend // Herald of the Odesa national maritime university: Coll. scient. works, 2023. № 4 (71). 59-66. DOI 10.47049/2226-1893-2023-4-59-66.