

УДК 621.833.1:539.319  
DOI 10.33082/2226-1893-2019-3-49-58

**РОЗРАХУНКОВА ОЦІНКА ВТОМНОЇ МІЦНОСТІ  
ЗМІЦНЕНИХ ЗУБІВ ЗУБЧАСТИХ КОЛІС ПРИ ЗГІНІ**

**В.С. Кравчук**

к.т.н., доцент, заступник директора інституту Машинобудування  
Одеський національний політехнічний університет, м. Одеса, Україна

**О.О. Немчук**

к.т.н., проректор з наукової роботи  
Одеський національний морський університет, м. Одеса, Україна

**О.М. Лимаренко**

к.т.н., доцент кафедри «Динаміка, міцність машин та опір матеріалів  
інституту Машинобудування»  
Одеський національний політехнічний університет, м. Одеса, Україна

**Анотація.** Розглянуто особливості оцінки втомної міцності зубів зубчастих коліс при згині. Показано, що в усіх стандартах для оцінки втомної міцності зубів коліс застосовують значення границь витривалості, одержаних трудомісткими експериментальними методами. На основі аналізу відповідних даних обґрунтована необхідність розробки розрахункових залежностей для визначення границь витривалості зубів зубчастих коліс, побудованих на статистичних закономірностях подібності втомного руйнування. Запропоновано метод для розрахункової оцінки границь витривалості поверхнево зміцнених зубів коліс при згині. Проведено експериментальні дослідження границь витривалості цементованих зубів зубчастих коліс при згині. Наведено аналіз розрахункових та експериментальних даних. Показана доцільність застосування на практиці розробленого метода для розрахункової оцінки границь витривалості зміцнених зубів зубчастих коліс.

**Ключові слова:** зуби зубчастих коліс, втомна міцність, поверхневе зміцнення, границя витривалості, метод розрахунку.

УДК 621.833.1:539.319  
DOI 10.33082/2226-1893-2019-3-49-58

**РАСЧЕТНАЯ ОЦЕНКА УСТАЛОСТНОЙ ПРОЧНОСТИ  
УПРОЧНЕННЫХ ЗУБЬЕВ ЗУБЧАТЫХ КОЛЕС ПРИ ИЗГИБЕ**

**В.С. Кравчук**

к.т.н., доцент, директор інституту Машиностроения  
Одесский национальный политехнический университет, г. Одесса, Украина

**А.О. Немчук**

к.т.н., доцент, проректор по научной работе  
Одесский национальный морской университет, г. Одесса, Украина

**А.М. Лимаренко**

к.т.н., доцент кафедры «Динамика, прочность машин и сопротивление материалов»  
института Машиностроения  
Одесский национальный политехнический университет, г. Одесса, Украина

© Кравчук В.С., Немчук О.О., Лимаренко О.М., 2019

***Аннотация.** Рассмотрены особенности оценки усталостной прочности зубьев зубчатых колес при изгибе. Показано, что во всех стандартах оценки усталостной прочности зубьев колес применяют значения пределов выносливости, полученных трудоемкими экспериментальными методами. На основе анализа соответствующих данных обоснована необходимость разработки расчетных зависимостей для определения границ выносливости зубьев зубчатых колес, построенных на статистических закономерностях сходства усталостного разрушения. Предложен метод для расчетной оценки границ выносливости поверхностно упрочненных зубьев колес при изгибе. Проведены экспериментальные исследования границ выносливости цементируемых зубьев зубчатых колес при изгибе. Приведен анализ расчетных и экспериментальных данных. Показана целесообразность применения на практике разработанного метода для расчетной оценки границ выносливости упрочненных зубьев зубчатых колес.*

***Ключевые слова:** зубья зубчатых колес, усталостная прочность, поверхностное упрочнение, предел выносливости, метод расчета.*

UDC 621.833.1:539.319

DOI 10.33082/2226-1893-2019-3-49-58

#### CALCULATED EVALUATION OF STRENGTH STRENGTHEN TEETH WHEELS OF WHEN BENDING

**Kravchuk V.**

Ph.D., Deputy Director of ONPU Mechanical Engineering Institute  
associate professor of the chair «Dynamics, strength of machines and resistance of materials»  
of ONPU Institute of Mechanical Engineering  
Odessa National Polytechnic University, Odessa, Ukraine

**Nemchuk O.**

Ph.D., Vice-Rector of Science  
Odessa National Maritime University, Odessa, Ukraine

**Lymarenko O.**

Ph.D., associate professor  
of the chair «Dynamics, strength of machines and resistance of materials»  
of ONPU Institute of Mechanical Engineering  
Odessa National Polytechnic University, Odessa, Ukraine

***Abstract.** The features of estimation of fatigue strength of gear wheels teeth during bending are considered. It is shown that in all standards of fatigue strength assessment of wheel teeth, the values of endurance limits obtained by labor-intensive experimental methods are applied. On the basis of the analysis of the relevant data, the necessity of the development of calculated dependencies for determining the limits of the endurance of the teeth of the gear wheels, based on the statistical regularities of the similarity of fatigue fracture, is substantiated. A method is proposed for the estimation of the endurance limits of surface hardened wheel teeth when bending.*

*Experimental investigations of the limits of endurance of cemented teeth of gear wheels during bending were carried out. The analysis of calculated and experimental data is given.*

*The expediency of application of the developed method for the calculated estimation of endurance limits of hardened teeth of gear wheels is shown in practice.*

**Keywords:** gear teeth, fatigue strength, surface hardening, endurance limit, calculation method.

**Постановка проблеми.** Випадки передчасних поломок зубів у зубчастих передачах досягають 64 % від всіх відказів коліс, з них 19 % – від втомних ушкоджень зубів при згині [1].

Підвищення циклічної міцності зубчастих передач при згині внаслідок поверхневого зміцнення перехідної поверхні у ніжки зуба досить часто використовується при виготовленні механічних приводів. Зміцнення зубів від поверхні дає змогу підвищити навантажену здатність зубчастих передач майже в 4-5 разів, тоді як за рахунок покращення геометрії і якості складання її можна збільшити тільки в 1,5-2 рази [2].

У нормах розрахунку зубчастих передач на міцність (ГОСТ 21354-87, ISO/DIS 6336-90, DIN 3990/1980) вплив зміцнення на опір втомі зубів при згині враховується для різних матеріалів в залежності від метода зміцнення і твердості поверхні зубів опосередкованими значеннями границь витривалості  $\sigma_{F\lim b}^o$  та коефіцієнтом впливу деформаційного зміцнення перехідної поверхні  $Y_d$ , одержаними в результаті проведення експериментальних досліджень. Практично у всіх нормах і методиках розрахунку зубчастих передач на міцність значення  $\sigma_{F\lim b}^o$  рекомендується одержувати на базі випробувань зубчастих коліс на стендах (в більшості з циркуляцією потоку замкнутої потужності) або на пульсаторах. В деяких випадках продовжують приймати значення базових границь витривалості, одержаних модельними випробуваннями при згині гладеньких або з надрізами (з концентраторами напружень різної форми) зразків. В стандартах ISO/DIS 6336-90, DIN 3990/1980 та інших для визначення  $\sigma_{F\lim b}^o$  за допомогою діаграм відсутня інформація про зміцнення перехідної поверхні у ніжки зуба пластичним деформуванням.

Істотним недоліком вказаних стандартів є відсутність достатньої кількості експериментальних даних, одержаних дослідженнями при обкатці зубчастих коліс з різних матеріалів, способів зміцнення та режимів навантаження (чергування рівнів і частотних характеристик навантаження). Наявність цих недоліків треба враховувати при переробці діючих стандартів та методичних вказівок в розрахунках зубів механічних передач для запобігання поломок втомного характеру.

**Аналіз останніх досягнень і публікацій.** Необхідну витривалість зубів зубчастих коліс для запобігання втомного зламу зубів згідно з ГОСТ 21354-87 регламентують зіставленням розрахункового місцевого напруження від згину  $\sigma_F$  в небезпечному перерізі на перехідній поверхні і допустимого напруження  $\sigma_{FP}$

$$\sigma_F \leq \sigma_{FP}.$$

Допустиме напруження при згині  $\sigma_{FP}$  визначають з границі витривалості зубів  $\sigma_{F\text{limb}}$ , що відповідає еквівалентному числу циклів зміни напружень  $N_{FE}$ , яка в свою чергу обчислюється за допомогою границі витривалості зубів при віднульовому (пульсуючому) циклі напружень  $\sigma_{F\text{limb}}^o$  відповідно до базового числа циклів напружень  $N_{F\text{lim}}$

$$\sigma_{FP} = (\sigma_{F\text{limb}} / S_F) \cdot Y_N Y_\delta Y_R Y_X; \quad (1)$$

$$\sigma_{F\text{limb}} = \sigma_{F\text{limb}}^o Y_T Y_Z Y_g Y_d Y_A, \quad (2)$$

де  $Y_N, Y_\delta, Y_R, Y_X, Y_T, Y_Z, Y_g, Y_d, Y_A$  – коефіцієнти, що враховують відповідно вплив довговічності, градієнта напружень та чутливість матеріалу до концентрації напружень, шорсткості перехідної поверхні зуба, розмірів зубчастого колеса, технології виготовлення, методу одержання заготовки зубчастого колеса, шліфування перехідної поверхні зуба, деформаційного зміцнення або електрохімічної обробки перехідної поверхні, двостороннього прикладення навантаження;  $S_F$  – коефіцієнт запасу міцності.

Зіставлення значень базових границь витривалості  $\sigma_{F\text{limb}}^o$  і допустимих напружень  $\sigma_{FP}$  для різних груп матеріалів (цементовані, азотовані сталі тощо), запроваджених по різних нормам, неможливо, так як їх розбіжність порівняно з ГОСТ 21354-87 в нормах DIN та ISO досягає 1,8-2,2 разів. Така розбіжність спричинена прийнятими в нормах методами оцінки умов міцності, а також різними фізико-механічними властивостями матеріалів для зубчастих коліс, виготовлених в різних країнах. Отже, якісна оцінка врахування різних факторів на циклічну витривалість зміцнених зубів зубчастих коліс в наведених нормах доцільна, так як дасть змогу оцінити точність розглянутих методик. Слід зазначити також, що в наведених нормах істотно відрізняються методи врахування впливу концентрації напружень на перехідній поверхні зуба та ефективність її зміцнення. Це пов'язано з різним підходом до оцінки чутливості матеріалу до концентрації напружень, різними рекомендаціями щодо товщини

(глибини) зміцнених шарів і врахування впливу зміцнення перехідної поверхні пластичним деформуванням.

Таким чином, достатньої інформації про експериментальні значення границь витривалості зміцнених зубів зубчастих коліс в поточний час немає, тому є актуальними розрахункові методики, що базуються на статистичних закономірностях втомного руйнування. Практичну цінність має метод розрахунку, основу якого складала би теорія подібності і який би відображав сучасні досягнення розрахункової практики стосовно незміцнених деталей.

**Мета роботи.** Розробити метод розрахунку границь витривалості зміцнених з поверхні зубів зубчастих коліс при згині.

**Викладення основного матеріалу.** Розглянемо можливість застосування рівняння подібності втомного руйнування для розрахунку зміцнених зубів зубчастих передач. Рівняння подібності для випадку нормальних напружень при згині для незміцнених деталей можна записати у вигляді [3]

$$\sigma_{-1Д} = \sigma_{-1}[(L/G)/(L_o/G_o)]^{-v_\sigma} / \alpha_\sigma, \quad (3)$$

де  $\sigma_{-1Д}$ ,  $\sigma_{-1}$  – відповідно границя витривалості деталі та гладеньких лабораторних зразків діаметром  $d_o = 7,5$  мм, виготовлених із металу деталі при симетричному згині з обертанням, МПа;

$L/G$  – критерій подібності втомного руйнування деталі, мм<sup>2</sup>;

$L$  – периметр або частина периметру небезпечного перерізу деталі в околі підвищеної напруженості, мм;

$G$  – відносний градієнт першого головного напруження деталі, мм<sup>-1</sup>;

$L_o/G_o = \pi d_o^2 / 2 = 88,3$  мм<sup>2</sup> – значення критерію подібності втомного руйнування для гладенького зразка  $d_o = 7,5$  мм при симетричному циклі напружень;

$v_\sigma$  – характеристика властивостей матеріалу деталі, що характеризує його чутливість до концентрації напружень і впливу розмірів поперечного перерізу;

$\alpha_\sigma$  – теоретичний коефіцієнт концентрації напружень.

Вводячи в (3) замість  $\sigma_{-1Д}$  границю витривалості зуба колеса при симетричному згині  $\sigma_{F\text{limb}}^c$ , маємо

$$\sigma_{F\text{limb}}^c = \sigma_{-1}[(L/G)/(L_o/G_o)]^{-v_\sigma} / \alpha_\sigma, \quad (4)$$

де  $L = 2b_w$  – частина периметру небезпечного перерізу зуба;

$b_w$  – робоча ширина зубчатого вінця. Відносний градієнт першого головного напруження в перехідній зоні зуба  $G$  можна вичислити як для плоскої деталі з галтеллю за формулою

$$G = 2,3 / \rho + 2 / S_i, \quad (5)$$

де  $\rho$ ,  $S_i$  – відповідно радіус кривизни контуру і товщина в небезпечному перерізі на перехідній поверхні зуба. Чисельне значення  $\rho$  можна вибрати із рекомендованої в ГОСТ 21354-87 номограми залежності  $\rho/m - z$ , а значення  $S_i$  визначається із співвідношення  $S_i = 1,3\pi m/2 \approx 2m$  ( $m$  – нормальний модуль, мм).

Підставляючи відповідні вирази  $L$ ,  $G$ ,  $L_o / G_o$  і  $S_i$  в (4), одержимо для зуба зубчатого колеса

$$\sigma_{F\lim b}^c = \sigma_{-1} [2 b_w / (88,3 \cdot (2,3\rho + 1/m))]^{-\nu_\sigma} / \alpha_\sigma. \quad (6)$$

При відсутності експериментальних даних для відповідних сталей величину  $\nu_\sigma$  рекомендовано обчислювати за формулою (ГОСТ 25.504-82)

$$\nu_\sigma = 0,20 - \sigma_b \cdot 10^{-4}, \quad (7)$$

де  $\sigma_b$  – границя міцності матеріалу, МПа.

Теоретичний коефіцієнт концентрації напружень  $\alpha_\sigma$  можна вичислити за формулою [4]

$$\alpha_\sigma = 2 - (8/z) \cdot [1 - 2x / (1 + x^2)], \quad (8)$$

де  $z$  – число зубів колеса (шестерні);

$x$  – коефіцієнт зміщення.

Співвідношення між границями витривалості для віднульового та симетричного циклів напружень можна прийняти [5]

$$\sigma_{F\lim b}^o = 1,58 \sigma_{F\lim b}^c. \quad (9)$$

Підставляючи (9) в (6), одержимо рівняння подібності втомного руйнування для знаходження границь витривалості для не зміцнених зубів передач при згині для віднульового циклу напружень

$$\sigma_{F\lim b}^o = 1,58 \sigma_{-1} [2 b_w / (88,3 \cdot (2,3\rho + 1/m))]^{-\nu_\sigma} / \alpha_\sigma. \quad (10)$$

Наявність рівняння (10) дозволяє використовувати для знаходження границь витривалості зубів механічних передач при згині результати випробовувань гладеньких лабораторних зразків діаметром  $d_o = 7,5$  мм при симетричному циклі напружень без проведення стендових або натурних випробувань зубчастих коліс чи їх моделей. Слід зазначити, що визначення границі витривалості зуба зубчастого колеса  $\sigma_{F\text{limb}}^o$  за формулою (10) враховує розміри зуба в небезпечному перерізі, концентрацію напружень в небезпечній зоні та чутливість матеріалу зуба до неї.

Підвищення границі витривалості  $\sigma_{F\text{limb}}^o$  поверхнево зміцнених зубів зубчастих коліс оцінюється коефіцієнтом впливу технологічного зміцнення  $Y_d$ , чисельні значення якого можна одержати за формулою [4]

$$Y_d = 1 / (1 - \Delta)^{3\alpha_\sigma - 2}, \quad (11)$$

де  $\Delta = 2h / S_i$  – відносна товщина зміцненого шару;

$h$  – абсолютна товщина зміцненого шару. Підставляючи вираз (11) в (10), одержуємо формулу для визначення границі витривалості зміцнених з поверхні зубів зубчастих коліс

$$\sigma_{F\text{limb}}^o = 1,58\sigma_{-1}[2b_w / (88,3 \cdot (2,3\rho + 1/m))]^{-\nu_\sigma} / [\alpha_\sigma \cdot (1 - \Delta)^{3\alpha_\sigma - 2}] \quad (12)$$

Для перевірки справедливості формули (12) були зіставлені значення границь витривалості, одержані експериментальним шляхом  $\sigma_{F\text{limb зм.е}}^o$  з розрахунковими  $\sigma_{F\text{limb зм.р}}^o$ . Експериментальна перевірка проводилась шляхом випробувань цементованих зубчастих коліс на універсальній машині МУП-50 (пульсаторі) в спеціальному пристрої з частотою 485 цикл/хв. при знакопостійному циклі навантаження. Цементовані зубчасті колеса виготовляли із сталі 20Х2Н4А з наступними параметрами: нормальний модуль  $m = 7$  мм, число зубів  $z = 18$ , коефіцієнт зміщення  $x = 0,593$ , ширина зубчастого вінця  $b_w = 38$  мм, товщина зуба в небезпечному перерізі у перехідній зоні зуба  $S_i = 15,4$  мм, радіус перехідної поверхні  $\rho = 2,57$  мм, шорсткість перехідної поверхні після фрезерування зубів  $R_z = 80$  мкм.

Механічні характеристики матеріалу:

границя текучості  $\sigma_{0,2} = 1300$  МПа;

границя міцності  $\sigma_b = 1470$  МПа;

границя витривалості  $\sigma_{-1} = 590$  МПа.



Хіміко-термічна обробка коліс (цементация, гартування, відпуск) проводилась в універсальних камерних печах фірми «Ипсен» з автоматичним регулюванням вуглецевого потенціалу пічної атмосфери, контролем температурного режиму печі і гартувальних агрегатів. При цьому дотримувався наступний режим хіміко-термічної обробки: цементация при температурі 930 °С в ендгазовій атмосфері аміаку при (0,9-1,0) % вмісту вуглецю на протязі 14 годин, студженням до 800 °С, високий відпуск на протязі 2,5 годин при 650 °С, гартування в маслі з 820 °С, низький відпуск при 180 °С.

Випробовування проводились на трьох партіях зубчастих коліс однакової структури, але з різною товщиною цементованого шару  $h$  в кожній партії. Мікроструктура цементованого шару складалась з дрібногочатого мартенситу, поверхневий шар у вигляді розірваної троостітної сітки не перевищував 8 мкм.

Перерахунок результатів випробувань, одержаних на пульсаторі при знакопостійному циклі навантаження на віднульовий, який характерний для роботи нереверсивних коліс, проводився за залежністю [5]

$$\sigma_{F\lim b}^o = \sigma_{\max} - C_{\sigma} \sigma_{\min} , \quad (13)$$

де  $\sigma_{\max}$ ,  $\sigma_{\min}$  – максимальне та мінімальне напруження циклу, що виникають в небезпечному перерізі зуба при дії прикладеного навантаження:  $C_{\sigma} = (1 - \psi_{\sigma}) / (1 + \psi_{\sigma}) = 0,54$  – коефіцієнт чутливості матеріалу до асиметрії циклу.

Результати випробувань, одержаних експериментально  $\sigma_{F\lim b\text{ зм.е}}^o$  (з урахуванням залежності (13)) та розрахунковим методом  $\sigma_{F\lim b\text{ зм.р}}^o$  за допомогою формули (12), їх розбіжності наведені в таблиці.

Таблиця

Значення границь витривалості зміцнених зубів коліс при згині

Номер партії	Товщина цементованого шару $h$ , мм з твердістю HV 600	Напруження, МПа		Розбіжність $\delta$ , %
		$\sigma_{F\lim b\text{ зм.р}}^o$	$\sigma_{F\lim b\text{ зм.е}}^o$	
1	1,0	650	694	6,3
2	1,1	700	735	4,8
3	1,8	980	1133	13,5



Дані таблиці показують задовільне наближення розрахункових значень границь витривалості зубів коліс  $\sigma_{F \text{ limb зм.р}}^o$  до експериментальних значень  $\sigma_{F \text{ limb зм.е}}^o$ , що свідчить про перспективність запропонованого метода для розрахунку границь витривалості зміцнених з поверхні зубів зубчастих коліс.

**Висновки.** На основі проведеного аналізу встановлено, що в сучасних нормах розрахунку зубчатих передач на міцність при згині запропоновані значення базових границь витривалості для різних матеріалів мають суттєву відмінність. Неоднозначність даних пояснюється відсутністю достатньої кількості експериментальних даних, різними фізико-механічними властивостями матеріалів для зубчастих коліс, виготовлених в різних країнах, особливо це стосується поверхнево зміцнених зубів коліс. Запропоновано розрахункові залежності для оцінки границь витривалості зміцнених з поверхні зубів зубчастих коліс. Проведено експериментальні втомні дослідження зміцнених зубів коліс. Розбіжності розрахункових значень границь витривалості від експериментальних значень не перевищують 13,5 %, що підтверджує перспективність запропонованого метода для оцінки границь витривалості зміцнених зубів зубчастих коліс.

#### СПИСОК ЛІТЕРАТУРИ

1. *Авиационные зубчатые передачи и редукторы: Справочник / Под ред. Э.Б. Вулгакова. М.: Машиностроение, 1981. 374 с.*
2. *Морозов В.И. Наклеп дробью тяжелоагрессивных зубчатых колес / В.И. Морозов, Н.В. Шубина. М.: Машиностроение, 1982. 102 с.*
3. *Когаев В.П. Расчеты деталей машин и конструкций на прочность и долговечность: Справочник / В.П. Когаев, Н.А. Махутов, А.П. Гусенков. М.: Машиностроение, 1985. 224 с.*
4. *Кравчук В.С. Графоаналитический метод определения эффекта упрочнения поверхностно упрочненных деталей машин / В.С. Кравчук, А.Ф. Даценко, А.М. Лимаренко // Зб. наук. праць Одеської державної академії технічного регулювання та якості. Одеса, 2016. Вип. 1(8). С. 79-82.*
5. *Даценко А.Ф. Несущая способность упрочненных деталей машин / А.Ф. Даценко, В.С. Кравчук, В.Д. Иоргачев. Одесса: Астропринт, 2004. 160 с.*

## REFERENCES

1. *Vulgakov E.B. 1981. Aircraft Gears and Gearboxes: A Guide Engineering. 374 p.*
2. *Morozov V.I. 1982. Hardening with a fraction of heavily loaded gears. M.: Mechanical Engineering. 102 p.*
3. *Kogaev V.P. 1985 Calculations of machine parts and structures for strength and durability: Handbook. M.: Engineering. 224 p.*
4. *Kravchuk V. S. 2016. Graph-analytical method for determining the effect of hardening of surface hardened machine parts. Zbirnik naukovykh prrats Odessa State Sovereign Academy of Technological Regulation and Yakosti. Odessa. VIP. 1 (8). S. 79-82.*
5. *Dashchenko A.F. Bearing capacity of hardened machine parts. Odessa: Astroprint, 2004. 160 p.*

*Стаття надійшла до редакції 15.11.2019*