

УДК 620:178.3

DOI 10.47049/2226-1893-2026-1-108-124

## СКЛАДОВЕ РІВНЯННЯ КРИВОЇ ВТОМИ ДЛЯ ОЦІНКИ ХАРАКТЕРИСТИК ОПОРУ ВТОМІ ПРЕСОВИХ З'ЄДНАНЬ

**А.В. Конопльов**

д.т.н., професор, завідувач кафедри «Машинознавство й інженерна механіка»  
ORCID ID: 0009-0009-9775-6018

**Ю.О. Григор'єв**

к.ф.-м.н., доцент кафедри «Математика»  
ORCID ID: 0000-0002-7114-834x

**О.М. Шумило**

д.т.н., професор кафедри «Суднові енергетичні системи та комплекси»  
ORCIDID:0000-0003-0574-1951

**О.М. Кононова**

к.т.н., доцент кафедри «Машинознавство й інженерна механіка»  
ORCIDID: 0000-0001-6966-7223

**С.О. Кібаков**

аспірант кафедри «Машинознавство й інженерна механіка»

*Одеський національний морський університет, Одеса, Україна*

***Анотація.** Пресові з'єднання досить технологічні і тому знайшли широке застосування в багатьох галузях промисловості. Зокрема, їх широко застосовують у суднобудуванні, автомобілебудуванні, вагонобудуванні тощо.*

*Маючи очевидні переваги, цим з'єднанням притаманні і недоліки, основним з яких є їх низький опір втомі, що зумовлено впливом фреттинг-корозії. Існуючі на теперішній час розрахункові методи оцінки характеристик опору втомі неспроможні врахувати всі чинники, що супроводжують процес фреттинг-корозії. Тому зазначені характеристики визначають шляхом проведення випробувань зразків або моделей на опір втомі.*

*Відмінною особливістю таких випробувань є те, що, на відміну від звичайних стандартних зразків, довговічність пресових з'єднань визначають на базі, що перевищує  $10^7$  циклів. Використання поширених двопараметричних рівнянь кривих втоми, таких як степеневе і показове, стосовно пресових з'єднань призводить до великих похибок, що змушує шукати інші моделі. Зокрема, перспективними можуть бути складені криві втоми, що складаються з двох ділянок, що підкоряються двом різним рівнянням.*

*У роботі проаналізовано та розглянуто підходи до побудови складеної кривої втоми, що базуються на різних вихідних передумовах.*

*Запропоновано способи побудови складеної кривої втоми, верхня ділянка якої підпорядкована степеневому рівнянню, а нижня – рівнянню Вейбулла та наведено конкретні приклади реалізації цих способів.*

*Для вирішення отриманих трансцендентних рівнянь застосовувався метод Ньютона та програмний комплекс wxMaxima.*

**Ключові слова:** *пресові з'єднання, складене рівняння кривої втоми, метод Ньютона, програмний комплекс wx Maxima.*

**UDC 620:178.3**

**DOI 10.47049/2226-1893-2026-1-108-124**

## **COMPOSITE FATIGUE CURVE EQUATION FOR ASSESSING THE FATIGUE RESISTANCE CHARACTERISTICS OF PRESS-FASTENED JOINTS**

**A. Konoplev**

Doctor of Technical Sciences, Professor,  
Head of the Department of «Machine science and mechanical engineering»

ORCID ID: 0009-0009-9775-6018

**Yu. Hryhoriev**

PhD., Associate Professor of the Department of «Mathematics»  
«Mathematics, physics and astronomy»

ORCID ID: 0000-0002-7114-834x

**O. Shumylo**

Doctor of Technical Sciences,  
Professor Department of «Ship power systems and complexes»

ORCID ID: 0000-0003-0574-1951

**O. Kononova**

Associate Professor  
of the Department of «Machine science and mechanical engineering»

ORCID ID: 0000-0001-6966-7223

**S. Kibakov**

PhD Student of the Department of «Machine science and mechanical engineering»

*Odesa National Maritime University, Odesa, Ukraine*

**Abstract:** *Press-fitted joints are quite technologically advanced and therefore have found wide application in many industries. In particular, they are widely used in shipbuilding, automotive manufacturing, railcar manufacturing, etc. While these connections have obvious advantages, they also have disadvantages, the main one being their low fatigue resistance, which is due to the effects of fretting corrosion. Existing calculation methods for assessing fatigue resistance characteristics cannot account for all the factors associated with the fretting corrosion process. For this reason, these characteristics are determined by fatigue testing of specimens or models. A distinctive*

feature of such tests is that, unlike conventional standard specimens, the life of pressed connections is determined over a cycle count exceeding 10 cycles. The use of common two-parameter fatigue curve equations, such as power and exponential, when applied to pressed connections leads to large errors, necessitating the search for other models. In particular, composite fatigue curves consisting of two sections governed by two different equations may be promising.

This paper analyzes and discusses approaches to constructing a composite fatigue curve based on different assumptions. Methods for constructing a composite fatigue curve, the upper portion of which is governed by a power-law equation and the lower portion by the Weibull equation, are proposed, and specific examples of implementing these methods are provided.

Newton's method and the wxMaxima software package were used to solve the resulting transcendental equations.

**Keywords:** pressed joints, composite fatigue curve equation, Newton's method, wxMaxima software package.

**Введення.** Випробування пресових з'єднань типу вал-втулка, що працюють на вигин або кручення показують, що їхня границя витривалості визначається на базі, що перевищує  $10^7$  циклів [1]. Пов'язано це з тим, що, крім звичайних процесів, що відбуваються при втомному руйнуванні, тут присутні процеси фреттинг-корозії. Застосування степеневого та показового рівнянь для об'єктів даного типу при базі випробувань  $10^7$  циклів може призводити до похибки оцінки границі витривалості приблизно 25 % [1]. Вирішити цю проблему можна за рахунок застосування складеної кривої втоми, яка складатиметься з двох ділянок. Для опису її верхньої ділянки приймемо степеневе рівняння, яке записується у вигляді

$$\sigma^{m_c} \cdot N = \sigma_R^{m_c} \cdot N_{GC} = \sigma_{dC}^m = 10^{C_c}, \quad (1)$$

де  $\sigma$  і  $N$  – поточні напруження і число циклів до руйнування відповідно;

$m_c$  та  $C_c$  – параметри;

$\sigma_R$  – границя витривалості;

$\sigma_{dC}$  – початкова ордината;

$N_{GC}$  – абсциса точки перетину похилої та горизонтальної ділянок кривої втоми.

Для опису її нижньої ділянки приймемо рівняння Вейбулла, яке є асимптотичним і добре описує результати експерименту в області великих довговічностей

$$(\sigma - \sigma_R)^{m_w} \cdot N = (\sigma_{dW} - \sigma_R)^{m_w} = 10^{C_w}, \quad (2)$$

де  $m_w$ ,  $C_w$  – параметри;

$\sigma_{dW}$  – початкова ордината (умовне напруження, що відповідає 1 циклу довговічності).

Ідея такого підходу була запропонована у роботі [2]. При цьому було вирішено завдання визначення координат точки з'єднання двох ділянок. Вона була визначена експериментально-теоретичним способом. Для побудови складеної кривої втрати пропонувалося провести випробування одного об'єкта при регулярному режимі навантаження. При цьому розглядалися два варіанта. Спочатку розглянемо перший варіант, згідно з яким експериментальна довговічність до руйнування  $N_p$  розташована ліворуч від точки перетину двох ділянок кривої  $N_{II}$  (рис. 1).

Координати точки перетину двох ланок кривої втрати  $A_{II}$  визначалися за допомогою введення в схему допоміжного результату віртуальних випробувань одного об'єкта при лінійно зростаючому навантаженні зі швидкістю  $\alpha$ . При цьому передбачалося, що його руйнація відбудеться при напруженні  $\sigma_{II}$ , яке відповідає точці перетину двох ланок кривої. Таким чином, на підставі складеної схеми була отримана залежність, яка зв'язує границю витривалості  $\sigma_R$ , напруження, що відповідає точці перетину двох частин кривої витривалості  $\sigma_{II}$ , швидкість збільшення амплітуди напружень  $\alpha$  і відповідне сумарне число циклів до руйнування  $N_C$  [2].

$$\sigma_R = \sigma_{II} - \alpha \cdot N_C. \quad (3)$$

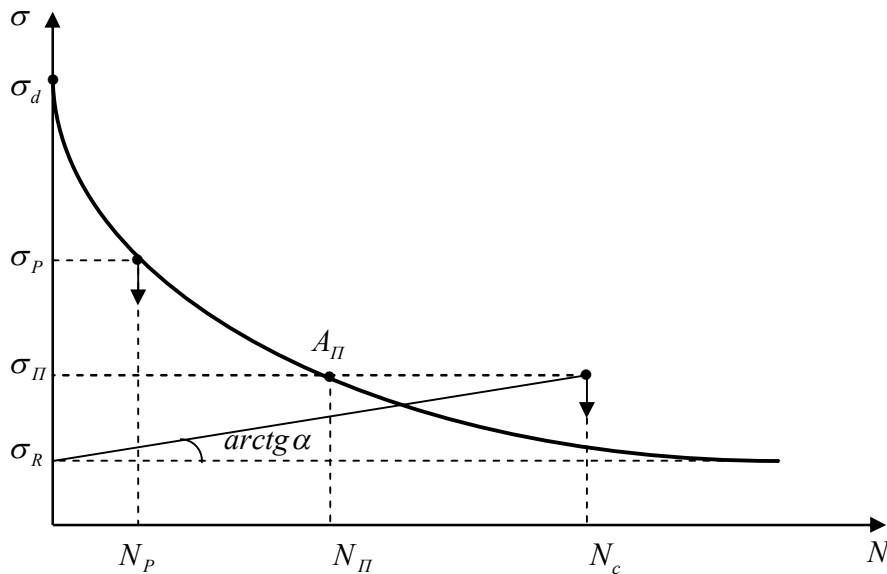


Рис. 1. Схема побудови складеної кривої втрати при  $N_p < N_{II}$

На основі степеневі моделі кривої втоми визначали напруження, що відповідає точці перетину  $A_{II}$ .

$$\sigma_{II}^{m_c} \cdot N_{II} = 10^{C_c}; \quad (4)$$

звідки

$$\sigma_{II} = \left(10^{C_c} / N_{II}\right)^{\frac{1}{m_c}}, \quad (5)$$

Для проведення подальших викладок було зроблено припущення про існування тісної кореляційної залежності між величинами  $\alpha$  та  $N_{II}$  у вигляді відношення  $\alpha = 10^7 / N_{II}^2$  [2], а також використано залежність сумарної довговічності  $N_C$  і довговічності  $N_{II}$  за кривою втоми, яка виражена рівнянням Вейбулла  $N_C = (m_w + 1) \cdot N_{II}$  [3]. Наведене вище дозволило записати вираз (1) у вигляді

$$\sigma_R = \left(\frac{10^{C_c}}{N_{II}}\right)^{\frac{1}{m_c}} - \frac{10^7(m_w + 1)}{N_{II}}. \quad (6)$$

Для випадку лінійного збільшення навантаження умова накопичення втомних пошкоджень згідно з лінійною гіпотезою та степеневим рівнянням кривої втоми (1) має вигляд

$$\int_{\sigma_R}^{\sigma_{II}} (d\sigma / N) / \alpha = \sigma_{II}^{m_c + 1} - \sigma_R^{m_c + 1} = \alpha (m_c + 1) 10^{C_c}. \quad (7)$$

Шляхом спільного рішення рівнянь (5) та (7) отримано залежність

$$\left(\frac{10^{C_c}}{N_{II}}\right)^{\frac{m_c + 1}{m_c}} - \left[\left(\frac{10^{C_c}}{N_{II}}\right)^{\frac{1}{m_c}} - \frac{10^7(m_w + 1)}{N_{II}}\right]^{m_c + 1} = \alpha(m_c + 1) 10^{C_c} = \frac{10^7(m_c + 1) 10^{C_c}}{N_{II}^2}, \quad (8)$$

або

$$\left(\frac{10^{C_c}}{N_{II}}\right)^{\frac{m_c + 1}{m_c}} - \left[\left(\frac{10^{C_c}}{N_{II}}\right)^{\frac{1}{m_c}} - \frac{2 \cdot 10^7}{N_{II}}\right]^{m_c + 1} = \frac{10^{C_c + 7}(m_c + 1)}{N_{II}^2}. \quad (9)$$

У формулі (8) параметр  $m_w$  прийнято рівним 1 [3].

Залежність (9) дозволяє методом ітерації визначити довговічність  $N_{II}$ , що відповідає точці перетину  $A_{II}$  при відомих значеннях  $m_C$  і  $C_C$ . Напруження  $\sigma_{II}$  визначають зі степеневого рівняння кривої втоми (1).

Розглянемо другий випадок, який відповідає варіанту, коли експериментальна довговічність  $N_P$  розташовується правіше точки перетину ділянок  $N_{II}$ , тобто коли  $N_P > N_{II}$  (рис. 2).

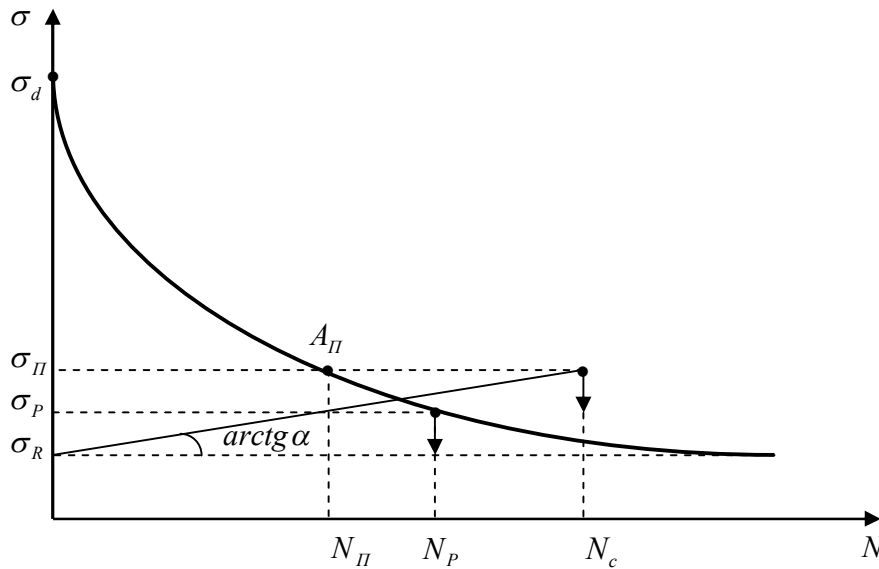


Рис. 2. Схема побудови складеної кривої втоми при  $N_P > N_{II}$

Як і в першому випадку, тут використовується допоміжна умова у вигляді результату віртуальних випробувань об'єкта при лінійно зростаючому навантаженні. На основі аналогічного підходу отримано рівняння для визначення точки перетину  $A_{II}$

$$\frac{\sigma_{II}^{\frac{C_W - m_W \lg(\sigma_{II} - \sigma_R) + 1}{\lg(\sigma_{dC} / \sigma_{II})}} - \sigma_R^{\frac{C_W - m_W \lg(\sigma_{II} - \sigma_R) + 1}{\lg(\sigma_{dC} / \sigma_{II})}}}{\left[ \frac{C_W - m_W \lg(\sigma_{II} - \sigma_R)}{\lg(\sigma_{dC} / \sigma_{II})} \right] \sigma_{dC}^{\frac{C_W - m_W \lg(\sigma_{II} - \sigma_R) + 1}{\lg(\sigma_{dC} / \sigma_{II})}}} - \frac{(\sigma_{II} - \sigma_R)^{m_W + 1}}{\lg(\sigma_{dC} / \sigma_{II})} = 0. \quad (10)$$

Дане рівняння дозволяє при відомих значеннях  $\sigma_R$ ,  $m_W$  та  $C_W$  і  $\sigma_{dC}$  визначити значення  $\sigma_{II}$  методом ітерації. Другу координату точки  $A_{II}$  знаходять із рівняння Вейбулла за формулою

$$N_{II} = 10^{C_W} / (\sigma_{II} - \sigma_R)^{m_W}. \quad (11)$$

Розглянутий вище підхід до побудови складеної кривої втоми ґрунтується на кількох припущеннях, які знижують його точність. У зв'язку з цим розглянемо інші можливі варіанти, що базуються на інших вихідних передумовах.

**Метою** статті є розробка підходів до побудови складеної кривої втоми пресових з'єднань.

**Виклад основного матеріалу.** Розглянемо підхід, у якому поєднання двох ділянок складеної кривої втоми здійснюється таким чином, що верхня її частина, підпорядкована степеневому рівнянню в логарифмічних координатах, є дотичною до її нижньої частини, підпорядкованої рівнянню Вейбулла. Ця умова може бути виконана шляхом попереднього вибору параметра  $m_W$  (наприклад, у першому наближенні можна прийняти рівним одиниці [3]). Передбачається також, що значення границі витривалості відоме.

Визначимо координати точки перетину двох кривих, заданих степеневим рівнянням та рівнянням Вейбулла, а також параметр  $C_W$ . Оскільки ці криві повинні мати загальну дотичну, то їх похідні залежності  $\sigma$  від  $N$  в точці перетину повинні бути рівними. Запишемо залежності (1) і (2) в наочному вигляді

$$\sigma = \frac{10^{\frac{C_C}{m_C}}}{N^{\frac{1}{m_C}}},$$

$$\sigma = \sigma_R + \frac{10^{C_W}}{N}.$$

Знайдемо похідні отриманих функцій:

$$\sigma' = \frac{-10^{\frac{C_C}{m_C}}}{m_C N \cdot N^{\frac{1}{m_C}}},$$

$$\sigma' = -\frac{10^{C_W}}{N^2}.$$

Прирівнюємо похідні і отримуємо

$$\frac{10^{\frac{C_C}{m_C}}}{m_C N^{\frac{1}{m_C}}} = \frac{10^{C_W}}{N}$$

звідки,

$$N^{1-\frac{1}{m_C}} = m_C 10^{\frac{C_W - C_C}{m_C}}. \quad (12)$$

Таким чином, ми отримали систему трьох рівнянь (1), (2) та (12) для знаходження трьох невідомих  $\sigma$ ,  $N$  і  $C_W$ . Виключимо із цих рівнянь  $N$ , поділимо (2) на (1). В результаті отримуємо

$$\sigma = \sigma_R + \sigma^{m_C} 10^{C_W - C_C}. \quad (13)$$

Далі з рівнянь (1) і (12) виразимо  $N$

$$N = \frac{10^{C_C}}{\sigma^{m_C}},$$
$$N = m_C^{\frac{m_C}{m_C-1}} 10^{\frac{m_C C_W - C_C}{m_C-1}}.$$

Прирівнюємо праві частини цих рівнянь, отримуємо

$$m_C^{\frac{m_C}{m_C-1}} 10^{\frac{m_C C_W - C_C}{m_C-1}} = \frac{10^{C_C}}{\sigma^{m_C}}. \quad (14)$$

Таким чином, отримали систему двох рівнянь (13) та (14) з двома невідомими  $\sigma$  та  $C_W$ . Виключимо з цих рівнянь  $\sigma$ . З рівняння (14) знайдемо

$$\sigma = \frac{10^{\frac{C_C}{m_C}}}{m_C^{\frac{1}{m_C-1}} 10^{\frac{m_C C_W - C_C}{(m_C-1)m_C}}}, \quad (15)$$

і підставимо в рівняння (13). В результаті отримуємо рівняння з одним невідомим  $C_W$

$$\frac{10^{\frac{C_C}{m_C}}}{m_C^{\frac{1}{m_C-1}} 10^{\frac{m_C C_W - C_C}{(m_C-1)m_C}}} = \sigma_R + \frac{10^{C_C}}{m_C^{\frac{m_C}{m_C-1}} 10^{\frac{m_C C_W - C_C}{m_C-1}}} 10^{C_W - C_C}, \quad (16)$$

або

$$\frac{10^{\frac{C_C}{m_C}}}{m_C^{\frac{m_C}{m_C-1}} 10^{\frac{m_C C_W - C_C}{(m_C-1)m_C}}} = \sigma_R + \frac{10^{C_W}}{m_C^{\frac{m_C}{m_C-1}} 10^{\frac{m_C C_W - C_C}{m_C-1}}},$$

або

$$\frac{10^{\frac{C_C}{m_C}} 10^{\frac{C_C}{(m_C-1)m_C}}}{m_C^{\frac{m_C}{m_C-1}} 10^{\frac{C_W}{m_C-1}}} = \sigma_R + \frac{10^{C_W} 10^{\frac{C_C}{m_C-1}}}{m_C^{\frac{m_C}{m_C-1}} 10^{\frac{m_C C_W}{m_C-1}}},$$

або

$$\frac{10^{\frac{C_C}{m_C-1}}}{m_C^{\frac{m_C}{m_C-1}} 10^{\frac{C_W}{m_C-1}}} = \sigma_R + \frac{10^{\frac{C_C}{m_C-1}}}{m_C^{\frac{m_C}{m_C-1}} 10^{\frac{C_W}{m_C-1}}}.$$

Помножимо обидві частини рівняння на  $10^{\frac{C_W}{m_C-1}}$ , отримаємо

$$\frac{10^{\frac{C_C}{m_C-1}}}{m_C^{\frac{m_C}{m_C-1}}} = \sigma_R 10^{\frac{C_W}{m_C-1}} + \frac{10^{\frac{C_C}{m_C-1}}}{m_C^{\frac{m_C}{m_C-1}}},$$

або

$$10^{\frac{C_W}{m_C-1}} = \frac{(m_C - 1) 10^{\frac{C_C}{m_C-1}}}{\sigma_R m_C^{\frac{m_C}{m_C-1}}}. \quad (17)$$

Звідси

$$C_W = (m_C - 1) \lg(m_C - 1) + C_C - (m_C - 1) \lg \sigma_R - m_C \lg m_C. \quad (18)$$

Підставим (17) у (15), знайдемо  $\sigma$ :

$$\sigma = \frac{10^{\frac{C_C - C_W}{m_C - 1}}}{m_C^{\frac{1}{m_C - 1}}} = \frac{10^{\frac{C_C}{m_C - 1}}}{m_C^{\frac{1}{m_C - 1}} 10^{\frac{C_W}{m_C - 1}}} = \frac{10^{\frac{C_C}{m_C - 1}} \sigma_R m_C^{\frac{m_C}{m_C - 1}}}{m_C^{\frac{1}{m_C - 1}} (m_C - 1) 10^{\frac{C_C}{m_C - 1}}} = \frac{\sigma_R m_C}{m_C - 1}.$$

Звідси ордината точки перетину дорівнюватиме

$$\sigma = \frac{\sigma_R m_C}{m_C - 1}. \quad (19)$$

З формули (1) виразимо  $N$

$$N = \frac{10^{C_C}}{\sigma^{m_C}} = \frac{10^{C_C} (m_C - 1)^{m_C}}{(\sigma_R m_C)^{m_C}} = \left( \frac{m_C - 1}{\sigma_R m_C} \right)^{m_C} 10^{C_C}.$$

Таким чином, отримаємо залежність, що дозволяє знаходити абсцису точки перетину

$$N = \left( \frac{m_C - 1}{\sigma_R m_C} \right)^{m_C} 10^{C_C}. \quad (20)$$

Формули (18)-(20) дозволяють обчислити значення координат точки торкання кривих  $N_{II}$  і  $\sigma_{II}$ , і також параметр рівняння Вейбулла  $C_W$ .

Практичне вирішення цього завдання розглянемо з прикладу. Хай будуть задані параметри  $m_C$  та  $C_C$  степеневого рівняння кривої втоми (відповідно 7,5 та 23,7) та границя витривалості  $\sigma_R = 200$  МПа. Кутовий параметр рівняння Вейбулла приймемо рівним  $m_W = 1$ .

За допомогою формул (18)-(20) визначимо координати точки торкання кривих та параметр  $C_W$ . Вони відповідно дорівнюватимуть:  $N_{II} = 946598$  циклів;  $\sigma_{II} = 230,77$  МПа;  $C_W = 7,46$ .

На рис. 3 представлені графіки степеневого рівняння, рівняння Вейбулла та точка їх перетину, побудовані за допомогою програми wxMaxima.

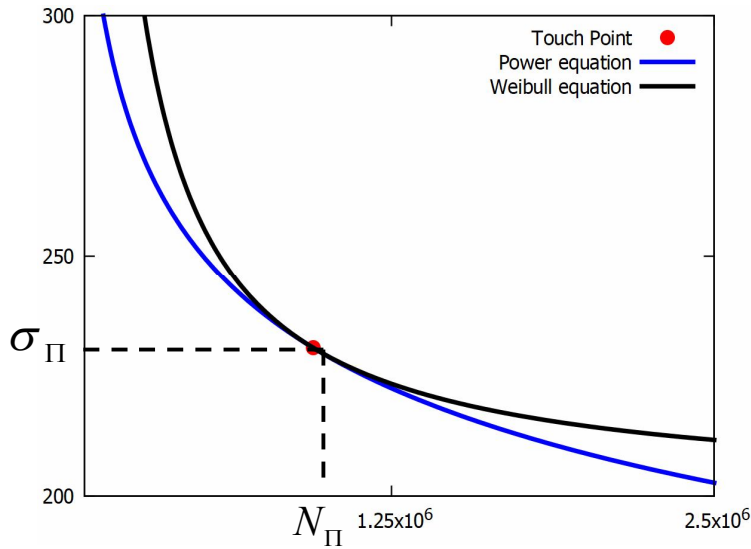


Рис. 3. Взаємне розташування степеневого рівняння та рівняння Вейбулла при їх торканні у точці  $(\sigma_{\Pi}; N_{\Pi})$ .

Для побудови складеного рівняння запишемо складену функцію  $\sigma_{CW}(N)$  у вигляді

$$\sigma_{CW}(N) = \begin{cases} \sigma_C(N), & N < N_{\Pi}, \\ \sigma_W(N), & N \geq N_{\Pi} \end{cases} \quad (21)$$

У графічному вигляді складова функція в координатах  $N - \sigma$  представлена на рис. 4.

Побудуємо графік складеної функції в логарифмічних координатах  $\lg N - \lg \sigma$ . Координати точки дотику в цьому випадку будуть дорівнювати

$$\lg(N_{\Pi}) = 5,98; \quad \lg(\sigma_{\Pi}) = 2,36.$$

Введемо функцію

$$\lg \sigma(\lg N) = \begin{cases} \frac{1}{m_C}(C_C - \lg N), & \lg N < \lg(N_{\Pi}), \\ \lg \left( \sigma_R + 10^{\frac{1}{m_W}(C_W - \lg N)} \right), & \lg N \geq \lg(N_{\Pi}). \end{cases}$$

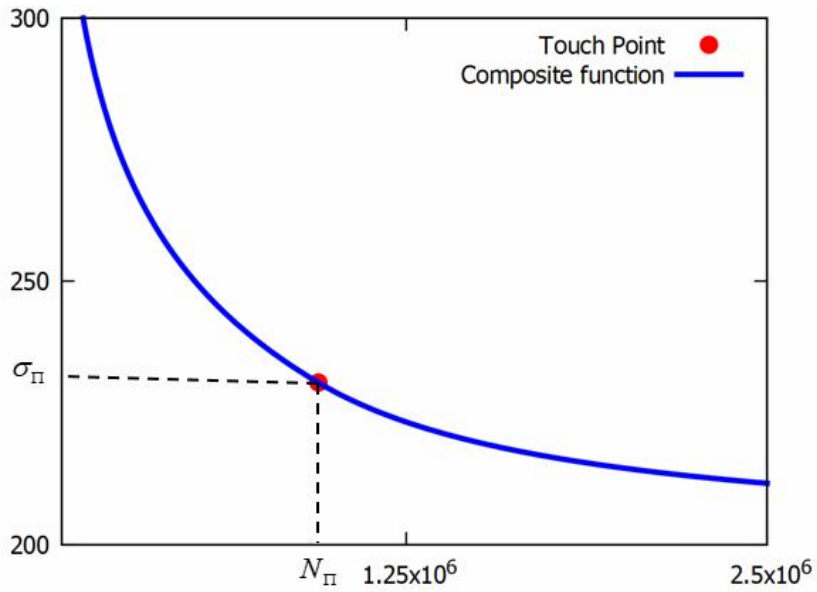


Рис. 4. Складена функція в координатах  $N - \sigma$

Графік складеної функції збудуємо за допомогою програми wxMaxima (рис. 5).

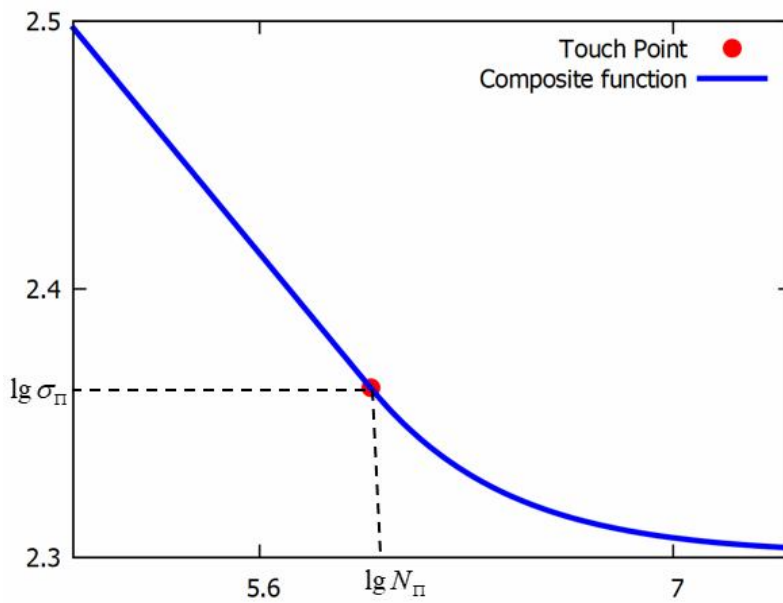


Рис. 5. Складена функція в координатах  $\lg N - \lg \sigma$

Складену криву втоми можна побудувати за інших вихідних передумов. За такі передумови розглянемо варіант, у якому точка перетину верхньої і нижньої частин не обчислюється, а приймається під час планування експерименту. При такому підході враховується той факт, що мінімальні значення напруження  $\sigma_{\min}$  при проведенні випробувань призначають свідомо вище за очікувану границю витривалості приблизно на 10-20 МПа [4,5]. Ця рекомендація забезпечує гарантоване руйнування об'єктів та отримання необхідної дослідної інформації для побудови похилої ділянки кривої втоми в границях обмежених експериментальними даними. Її крайня нижня точка з координатами  $\sigma_{\min}$ ,  $N_{\min}$  буде загальною точкою складеної кривої втоми. Нижню частину кривої, яка підпорядкована рівнянню Вейбулла в інтервалі напружень  $(\sigma_R - \sigma_{\min})$  будуюмо методом екстраполяції, прийнявши параметр  $m_W = 1$ .

Другий параметр рівняння Вейбулла  $C_W$  визначимо з рівнянь (1) і (2) прирівнявши їх праві частини

$$\frac{10^{C_C}}{\sigma^{m_C}} = \frac{10^{C_W}}{(\sigma - \sigma_R)^{m_W}}, \quad (22)$$

звідки

$$10^{C_W} = 10^{C_C} \cdot (\sigma - \sigma_R)^{m_W} / \sigma^{m_C} \text{ або } C_W = C_C + m_W \lg(\sigma - \sigma_R) - m_C \lg \sigma. \quad (23)$$

Границю витривалості  $\sigma_R$ , що фігурує у формулі (23), необхідно попередньо визначити.

Розглянемо побудову складеної кривої втоми з прикладу. Прийmemo

$$m_C = 7,5; C_C = 23,7; m_W = 1; \sigma_R = 200 \text{ МПа}; \sigma_{\min} = 210 \text{ МПа}.$$

Величину логарифму довговічності, що відповідає нижній точці верхньої ділянки складеної кривої втоми, визначимо з рівняння (1)

$$\lg N = C_C - m_C \cdot \lg \sigma = 23,7 - 7,5 \cdot \lg 210 = 6,28$$

Параметр  $C_W$  визначаємо за рівнянням (2).

$$\begin{aligned} C_W &= C_C + m_W \lg(\sigma - \sigma_R) - m_C \lg \sigma = \\ &= 23,7 + 1,0 \cdot \lg(210 - 200) - 7,5 \cdot \lg 210 = 7,3 \end{aligned}$$

Складена крива втоми, побудована за знайденими параметрами, представлена на рис. 6.

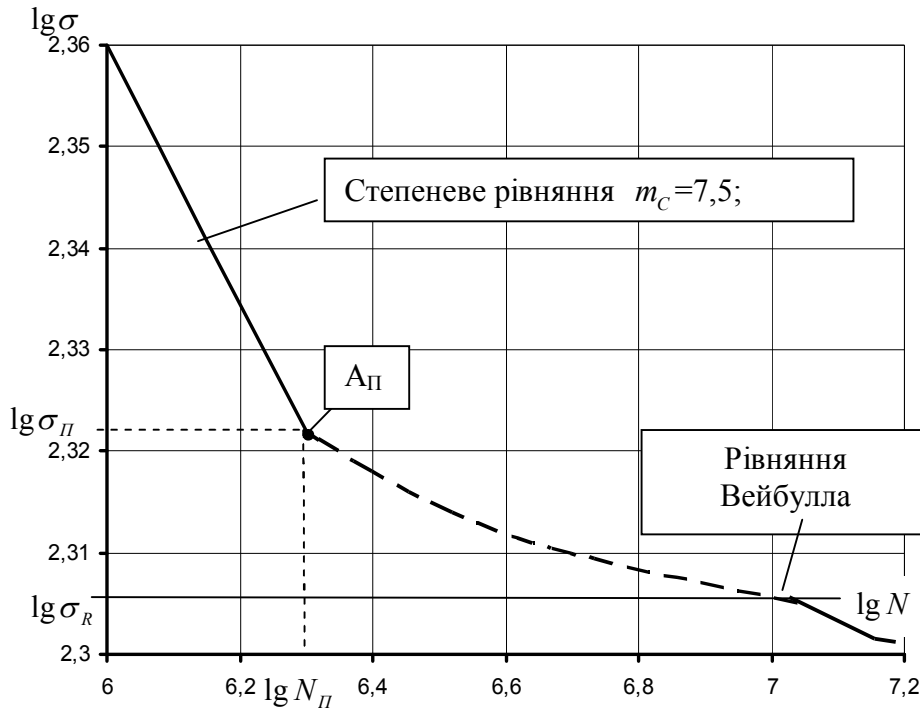


Рис. 6. Складена крива втоми, верхня частина якої описана степеневим рівнянням, а нижня – рівнянням Вейбулла в координатах  $\lg N - \lg \sigma$

Задача побудови складеної кривої втоми, як бачимо, може бути вирішена кількома шляхами, причому кожен із них призводить до свого, відмінного від інших, результату.

З метою проведення аналізу та узагальнень розглянемо ще один варіант, який з точки зору вихідних передумов є найпростішим. Для цього в рівнянні (22) замість поточного напруження  $\sigma$  підставимо напруження  $\sigma_{\Pi}$ . У підсумку отримаємо функцію, що розв'язується за допомогою чисельних методів щодо  $\sigma_{\Pi}$ .

$$\frac{10^{C_c}}{\sigma_{\Pi}^{m_c}} - \frac{10^{C_w}}{(\sigma_{\Pi} - \sigma_R)^{m_w}} = 0. \quad (24)$$

Значення другої координати (абсциси  $N_{\Pi}$ ) може бути визначене зі степеневого рівняння кривої втоми (1).

Розглянемо приклад побудови складеної кривої втоми згідно з розглянутим методом. За вихідні дані візьмемо дані попереднього прикладу.

Взаємне положення кривих втоми, побудованих за вихідними даними та підпорядкованих степеневому рівнянню та рівнянню Вейбулла в координатах  $\sigma - N$  представлено на рис. 7.

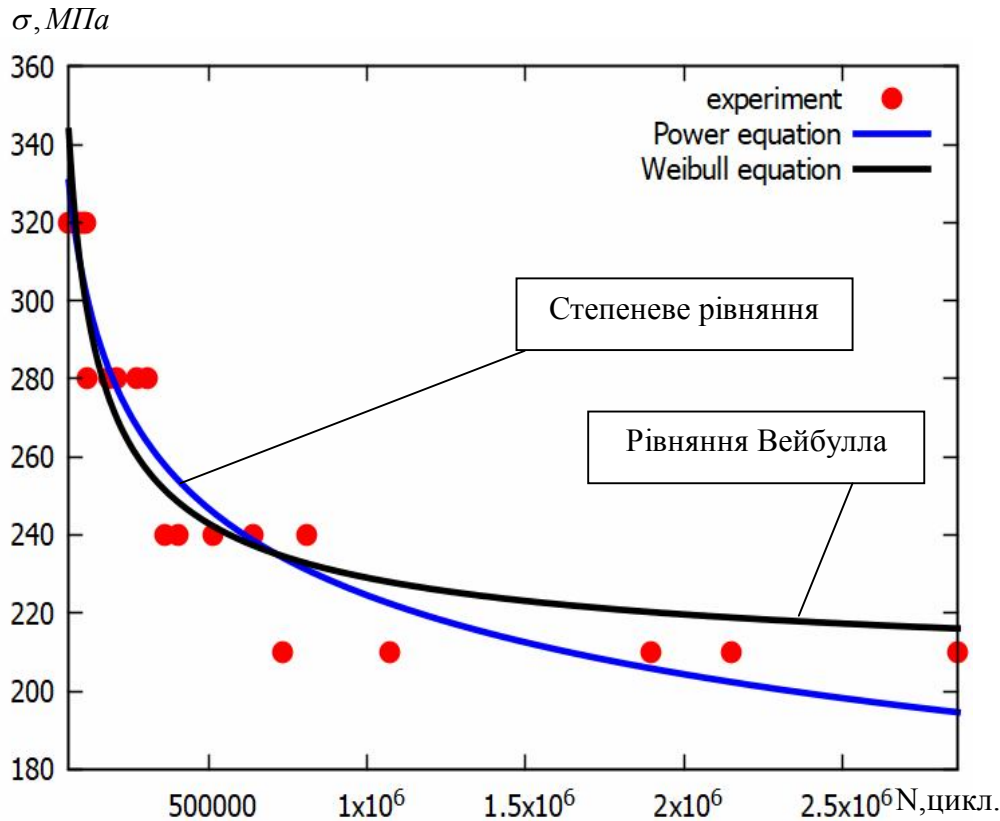


Рис. 7. Взаємне розташування кривих втоми, підпорядкованих степеневому рівнянню та рівнянню Вейбулла в координатах  $\sigma - N$ .

Точки перетинів кривих знайдемо, розв'язавши рівняння (24) методом Ньютона. Перше значення ординати точки перетину дорівнювало 235,17 МПа, а друге – 309,32 МПа. Відповідні значення абсцис цих точок склали відповідно 712978 циклів та 95084 цикли. За точку перетину ділянок кривої втоми приймаємо нижню (див. рис. 7). Складена крива втоми в логарифмічних координатах  $\lg N$  представлена  $\lg \sigma$  на рис. 8.

**Висновки.** Підсумовуючи, зауважимо, що в залежності від вихідних передумов пропорції складеної кривої втоми можуть помітно відрізнятися один від одного. При цьому кожен з розглянутих підходів дозволяє будувати залежність  $\sigma - N$  для пресових з'єднань у всьому діапазоні довговічностей завдяки формі

нижньої частини складеної кривої. Віддати перевагу тому чи іншому з розглянутих підходів складно, оскільки у всіх випадках нижня частина цієї кривої будувалася методом екстраполяції. Конкретне застосування кожного з них може бути засноване на ступені їх відповідності експериментальним даним в області, що охоплює нижню частину складеної кривої втомі. Тобто для вибору методу її побудови потрібно в кожному випадку оцінювати коефіцієнт детермінації.

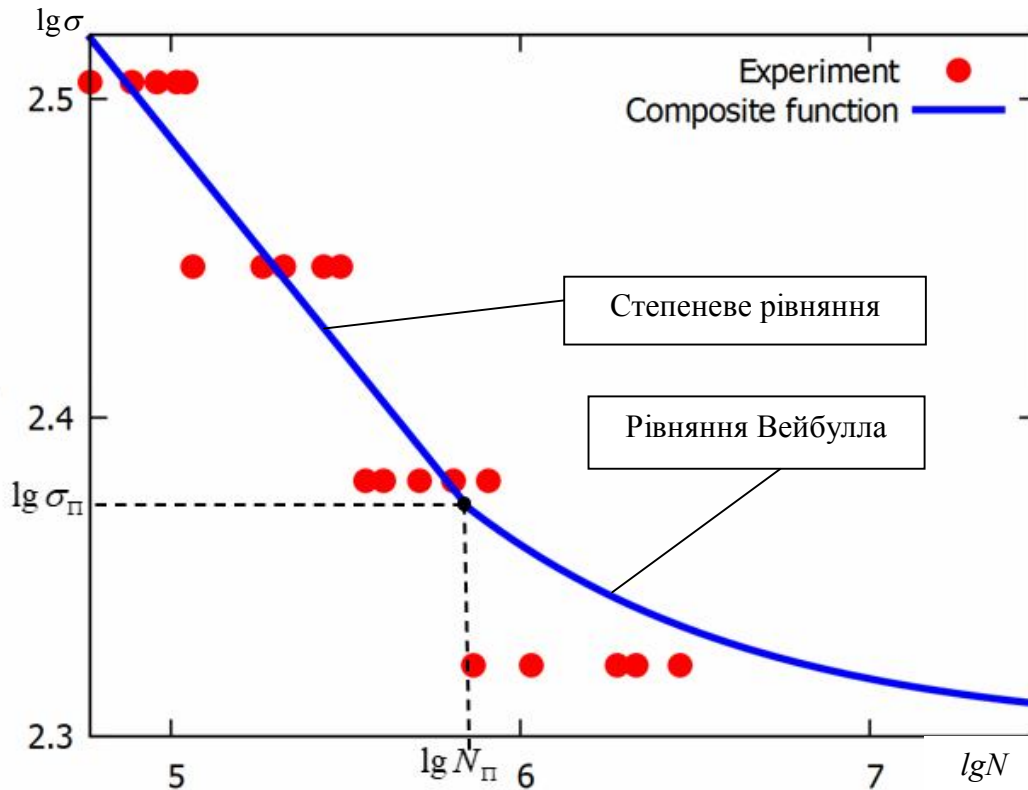


Рис. 8. Складена крива втомі у логарифмічних координатах

### СПИСОК ЛІТЕРАТУРИ

1. Красильников А.М., Конопльов А.В., Гайошко Л.А. Эффект витривалости або демпфуючі з'єднання, передачі, деталі. Одеса: Астропринт, 2006. 424 с.
2. Олійник М.В., Кібаков О.Г. Оперативна оцінка опору втомі матеріалів та деталей. Одеса: Астропринт, 1998. 142 с.
3. Олійник М.В., Конопльов А.В., Кібаков О.Г. Методи прискореного визначення характеристик опору втомі у практичних додатках. Одеса: Астропринт, 2000. 138 с.

4. Collins JA Failure of materials in Design: Analysis, Prediction, Prevention: Willey, 1981, 629 p .
5. PG Forrest Fatigue of Metals. Pergamonpress. Oxford, London, NewYork, Paris. 1962. 352 p.

#### REFERENCES

1. Krasylnykov A.M., Konoplov A.V., Haioshko L.A. Efekt vytryvalosti abo dempfuiuchi ziednannia, peredachi, detali. Odesa: Astroprynt, 2006. 424 p.
2. Oliinyk M.V., Kibakov O.H. Operatyvna otsinka oporu vtomi materialiv ta detalei. Odesa: Astroprynt, 1998. 142 p.
2. Oliinyk M.V., Konoplov A.V., Kibakov O.H. Metody pryskorenoho vyznachennia kharakterystyk oporu vtomi u praktychnykh dodatkakh. Odesa: Astroprynt, 2000. 138 p.
3. Collins JA Failure of materials in механічний Design : Analysis , Prediction , Prevention : Willey , 1981, 629 p .
4. PG Forrest Fatigue of Metals. Pergamon press.Oxford,London,New York,Paris. 1962. 352 p.

*Дата надходження статті: 11.02.2026*

*Дата прийняття статті: 10.03.2026*

*Дата публікації статті: 02.04.2026*