

УДК 629.12-8:629.12.

DOI 10.47049/2226-1893-2026-1-140-158

**МОДЕЛЮВАННЯ ПЕРЕХІДНИХ РЕЖИМІВ РОБОТИ ГРЕБНИХ
ЕЛЕКТРОДВИГУНІВ ЕЛЕКТРОХОДІВ ПІД ЧАС МАНЕВРУВАННЯ**

В.О. Яровенко

д.т.н. завідувач кафедри «Суднова електроенергетика, фізика,
експлуатація електрообладнання»

А.В. Єрпельова

к.ф-м.н., доцент кафедри «Суднова електроенергетика, фізика,
експлуатація електрообладнання»

Н.В. Савчук

ст. викладач кафедри «Суднова електроенергетика, фізика,
експлуатація електрообладнання»

Г.М. Акоюн

ст. викладач кафедри «Суднова електроенергетика, фізика,
експлуатація електрообладнання»

Одеський національний морський університет, Одеса, Україна

Анотація. Метою дослідження є розробка узагальненої математичної моделі перехідних режимів роботи суднових гребних електродвигунів. В основу моделі покладено уніфікований спосіб опису рушійного моменту. Обґрунтовано доцільність опису перехідних процесів в електродвигунах, як у складових частинах єдиного суднового пропульсивного комплексу. Запропоновано універсальну форму запису перехідних режимів гребних електродвигунів. Відповідно до теорії динамічної подібності, математичний опис надано у відносних одиницях. Виявлено критерій динамічної подібності та узагальнені безрозмірні параметри електродвигунів. Обґрунтовано доцільність використання саме цих параметрів у межах порівняльного аналізу показників якості роботи гребних електродвигунів у складі суднових пропульсивних комплексів під час маневрування. Проілюстровано можливість використання розробленого математичного апарату при розрахунках режимних показників електродвигунів на маневрах. Модель універсальна. Як окремі випадки, з неї випливають математичні моделі наявних і перспективних типів гребних електродвигунів. Єдиний математичний апарат та єдині безрозмірні параметри комплексу дозволяють проводити порівняльний аналіз показників якості роботи гребних електродвигунів різного типу та оцінювати перспективи їх використання в системах електроруху.

Ключові слова: електроходи, електроенергетичні установки, гребні електродвигуни, узагальнена математична модель перехідних режимів, єдині показники якості, критерії динамічної подібності, узагальнені безрозмірні параметри, порівняльний аналіз електродвигунів за показниками якості.

© Яровенко В.О., Єрпельова А.В., Савчук Н.В., Акоюн Г.М., 2026

Стаття поширюється на умовах ліцензії відкритого доступу (CC BY 4.0)

UDC 629.12-8:629.12

DOI 10.47049/2226-1893-2026-1-140-158

**MODELING OF TRANSIENT OPERATING MODES OF ELECTRIC SHIPS'
PROPULSION ELECTRIC MOTORS DURING MANEUVERS**

V.O. Yarovenko

Doctor of Technical Sciences, Head of the department «Ship electrical power engineering, physics, operation of electrical equipment»

A.V. Yerpelova

Candidate of physical and mathematical sciences, associate professor of the department «Ship electrical power engineering, physics, operation of electrical equipment»

N.V. Savchuk

Senior Lecturer of the department «Ship electrical power engineering, physics, operation of electrical equipment»

H.M. Akopian

Senior Lecturer of the department «Ship electrical power engineering, physics, operation of electrical equipment»

Odesa National Maritime University, Odesa, Ukraine

Abstract. *The aim of the study is to develop a generalized mathematical model of transient operating modes of ship propulsion electric motors. The model is based on a unified method for describing torque. The feasibility of describing transient processes in electric motors as components of a single ship propulsion system is substantiated. A universal form of recording transient modes of ship propulsion electric motors is proposed. In accordance with the theory of dynamic similarity, the mathematical description is presented in relative units. The criteria of dynamic similarity are identified and the dimensionless parameters of electric motors are generalized. The feasibility of using these parameters in the framework of a comparative analysis of the performance indicators of propulsion electric motors as part of ship propulsion systems during maneuvering is substantiated. The possibility of using the developed mathematical apparatus in calculating the operating parameters of electric motors during maneuvers is illustrated. The model is universal. As specific cases, mathematical models of existing and future types of propulsion electric motors follow from it. A unified mathematical framework and unified dimensionless parameters enable a comparative analysis of the performance indicators of different types of propulsion electric motors.*

Keywords: *electric ships, electric power plants, propulsion electric motors, generalized mathematical model of transient modes, unified performance indicators, dynamic similarity criteria, generalized dimensionless parameters, comparative analysis of motors based on performance indicators.*

Актуальність досліджень та постановка завдання. Сталою тенденцією розвитку сучасного суднобудування є використання електродвигуна для привода

гребних гвинтів. Найважливішою його перевагою над традиційним приводом суднових рушіїв є можливість забезпечення високих маневрених характеристик суден, обладнаних гребними електроенергетичними установками такого типу. Питання проектування сучасних електроходів із високими маневреними властивостями та завдання вдосконалення управління гребними електричними установками суден, що вже перебувають в експлуатації, є на сьогодні вельми актуальними.

Енергетична установка сучасного електрохода становить складну електромеханічну систему, до якої входить велика кількість електроенергетичних пристроїв із принципово відмінними фізичними процесами, що в них протікають. Зазначена система разом із корпусом та гребними гвинтами електрохода утворює єдиний судовий пропульсивний комплекс.

Велике різноманіття можливих варіантів компонування судової електроенергетичної установки (СЕЕУ) зумовлює значні труднощі у виборі її раціонального складу, визначенні оптимальних параметрів складових агрегатів та призначенні режимів управління установкою. Гребні електроенергетичні установки можуть бути виконані як за класичним варіантом, так і за варіантом рушійно-кермового комплексу Azipod. Складові частини СЕЕУ можуть мати різні форми виконання.

В якості гребних електродвигунів (ГЕД) на сучасних електроходах застосовують асинхронні частотно-регульовані, синхронні та вентильні електродвигуни. Тип двигуна визначальним чином впливає на вибір системи електроруху, компонування СЕЕУ, схему побудови гребної електричної установки. У результаті з'являється велика кількість можливих варіантів компонування систем електроруху. Усе це, з одного боку, є сприятливим фактором, що дає змогу гнучко проводити розрахунки та оптимізацію СЕЕУ з урахуванням найрізноманітніших вимог, а з іншого – створює суттєві труднощі у виборі типу гребної установки, порівняльному оцінюванні переваг та недоліків тієї чи іншої системи. На жаль, на сьогодні не існує однозначних рекомендацій щодо переважного використання будь-якого типу ГЕД. Такі питання вирішуються в кожному конкретному випадку залежно від призначення судна, його водотоннажності, потужності СЕЕУ та низки інших показників.

Відмінною особливістю суден з електрорухом є їхні високі маневрені характеристики. Питання проектування електроходів із високими маневреними властивостями є на сьогодні вельми актуальними.

Відповідно до Стандартів маневреності судна, прийнятих Комітетом з безпеки на морі Резолюцією MSC.137(76), для оцінки маневрених характеристик суден слід використовувати або випробування масштабних моделей, або комп'ютерні прогнози з використанням математичних моделей.

У зв'язку з цим вибір того чи іншого електротехнічного пристрою системи електроруху, обґрунтований вибір типу гребного електродвигуна можливі за результатами математичного моделювання та порівняльного аналізу показників якості виконання маневрених режимів електроходів із різними типами гребних електродвигунів. Для цього необхідний уніфікований математичний опис перехідних та усталених режимів ГЕД.

Розробка уніфікованої математичної моделі для дослідження маневрених режимів роботи електроенергетичних установок електроходів із різними типами ГЕД є метою цієї роботи.

Основний матеріал. Гребний електродвигун є частиною єдиного пропульсивного комплексу електрохода, який складається з первинних двигунів, генераторів електричного струму, перетворювачів електроенергії, гребних електродвигунів, гребних гвинтів, системи автоматичного управління та корпусу судна. У структурній схемі комплексу [1; 2] він «розташований» між перетворювачем електроенергії та гребним гвинтом (рис. 1).

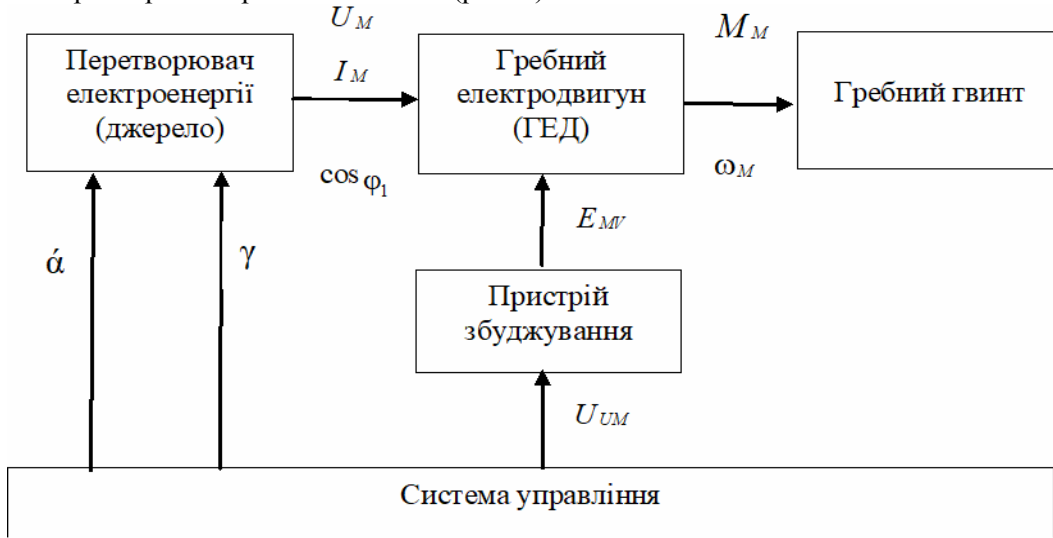


Рис. 1. Гребний електродвигун у складі пропульсивного комплексу електрохода

У загальному випадку вхідними режимними показниками ГЕД є напруга U_M , струм I_M та коефіцієнт потужності $\cos \varphi_1$, а вихідними – крутний момент M_M та кутова швидкість обертання ω_M .

Дослідження динамічних режимів роботи суднових електромеханічних систем доцільно проводити на основі теорії подібності, і зокрема – динамічної подібності [3; 4]. З цією метою рівняння, що описують досліджувані процеси, необхідно привести до системи відносних одиниць та виявити критерії динамічної подібності – узагальнені безрозмірні параметри електромеханічної системи [2].

Під час переходу до безрозмірних одиниць запроваджується поняття базових значень режимних показників. Як такі, доцільно прийняти значення цих показників, що відповідають роботі пропульсивного комплексу в усталеному режимі під час руху судна на спокійній воді з номінальною швидкістю. Ці показники позначаються індексом «0». Тоді відносними значеннями режимних показників вважатимуться відношення поточних значень до базових (наприклад, відносний рушійний момент електродвигуна $\overline{M_M} = M_M / M_{M0}$).

Безрозмірний час τ , з урахуванням роботи гребного електродвигуна у складі суднового пропульсивного комплексу, доцільно [2] розраховувати за співвідношенням

$$\tau = v_0 t / L,$$

де v_0 – швидкість руху електрохода;
 L – довжина судна.

Відповідно до обраного підходу, рівняння, що описують ГЕД у маневрених режимах, можуть бути представлені у такому [5] вигляді:

рівняння руху гребного електродвигуна

$$\frac{d\overline{\omega}_M}{d\tau} = N_M \{ \overline{M}_M - (1 - K_T) \overline{M}_P - K_T \},$$

де $N_M = \frac{M_{M0} L}{J_{Mnp} \overline{\omega}_M v_0}$ – безрозмірний коефіцієнт (критерій динамічної подібності);

K_T – коефіцієнт моменту опору сил тертя;

J_{Mnp} – приведений до валу двигуна момент інерції частин, що обертаються;

\overline{M}_P – відносний момент опору гребного гвинта, якій визначається [2] його гідродинамічною характеристикою $\overline{M}_P = \overline{M}_P(\overline{\omega}, \overline{v})$.

Аналіз наявних способів представлення рушійного моменту гребних електродвигунів дає підстави [6] прийняти за уніфіковану форму його запису вираз

$$M = K_M \Phi I \cos \varphi_2, \quad (1)$$

де K_M – сталий коефіцієнт;

Φ і I – магнітний потік і струм двигуна;

$\cos \varphi_2$ – коефіцієнт потужності ротора.

За такої форми запису можна у будь-який момент «вилучити» зі структурної схеми СЕЕУ електродвигун одного типу і «вставити» електродвигун іншого типу. Причому це жодним чином не вплине на форму представлення вихідних параметрів попереднього (перетворювача електроенергії) та вхідних параметрів наступного (гребного гвинта) блоків структурної схеми, наведеної на рис. 1. Побудова математичного опису рушійного моменту будь-якого гребного електродвигуна саме в універсальній формі запису (1) і є метою роботи.

1. Асинхронний електродвигун при частотному управлінні.

В основу математичного опису процесів в електродвигуні покладено його точну класичну схему заміщення (рис. 2), що й визначає необхідні припущення та спрощення. Напряга на затискачах статора двигуна вважається синусоїдальною,

насичення сталі машини не враховується, розподіл потоку за дугою повітряного зазору вважається синусоїдальним, втрати у сталі статора враховуються наближено, а в роторі не враховуються [2].

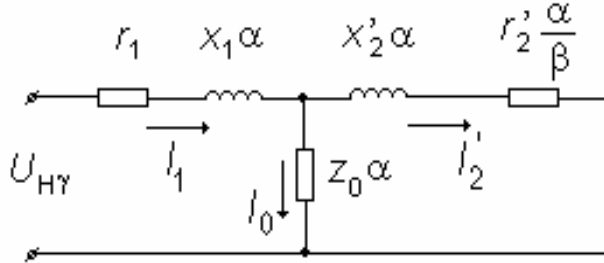


Рис. 2. Схема заміщення асинхронного електродвигуна

Традиційна форма запису рушійного моменту M , під час аналізу режимів роботи частотно-регульованих асинхронних електродвигунів не відповідає поставленому завданню. Спробуємо отримати математичний вираз для рушійного моменту у вигляді рівняння (1).

Зі схеми заміщення електродвигуна (рис. 2) струм намагнічування двигуна визначається як

$$I_0 = U_\gamma \frac{\frac{\tau_1}{x_1} \sqrt{(x_2')^2 + (r_2')^2} \frac{1}{\beta^2}}{\sqrt{(b^2 + c^2 \alpha^2) + (d^2 + e^2 \alpha^2) \left(\frac{r_2'}{\beta}\right)^2 + 2 r_1 \alpha \frac{r_2'}{\beta}}},$$

де γ – відносна напруга (параметр управління);

$U_\gamma = U\gamma$ – напруга на вході двигуна при зміні параметра γ ; r_1 і r_2' – активні

опори обмоток статора і ротора (приведений);

x_1 та x_2' – індуктивні опори обмоток статора і ротора (приведений);

x_0 – індуктивний опір намагнічування;

β – абсолютне ковзання ротора двигуна $\beta = \frac{f_2}{f_{1H}}$;

b , c , d та e – постійні коефіцієнти частотно-регульованого АД, які розраховуються [2; 7] за співвідношеннями

$$\begin{aligned} b &= r_1(1 + \tau_2); & c &= x_1(1 + \tau_2) + x_2'; \\ d &= (\tau_1/x_1)r_1; & e &= 1 + \tau_1. \end{aligned}$$

Коефіцієнти розсіювання визначаються як $\tau_1 = \frac{x_1}{x_0}$ та $\tau_2 = \frac{x_2'}{x_0}$.

Повний опір гілки намагнічування схеми заміщення

$$Z_{0\alpha} = \alpha Z_0 = \alpha \sqrt{r_0^2 + x_0^2}.$$

Тоді протиелектрорушійна сила, індукована робочим потоком двигуна

$$E_1 = I_0 Z_0 = U_\gamma \frac{\frac{\tau_1}{x_1} \sqrt{(x_2')^2 + (r_2')^2} \frac{1}{\beta^2}}{\sqrt{(b^2 + c^2 \alpha^2) + (d^2 + e^2 \alpha^2) \left(\frac{r_2'}{\beta}\right)^2 + 2 r_1 \alpha \frac{r_2'}{\beta}}} \alpha \sqrt{r_0^2 + x_0^2}.$$

Нехтуючи активним опором статора r_0 , отримаємо

$$E_1 = U_n \frac{\sqrt{(x_2')^2 + (r_2')^2} \frac{1}{\beta^2}}{\sqrt{(b^2 + c^2 \alpha^2) + (d^2 + e^2 \alpha^2) \left(\frac{r_2'}{\beta}\right)^2 + 2 r_1 \alpha \frac{r_2'}{\beta}}} \alpha \gamma.$$

Водночас протиелектрорушійна сила

$$E_1 = C_1 \Phi f_{1н} \alpha, \quad (2)$$

де C_1 – конструктивна постійна машини;

Φ – робочий магнітний потік машини.

Зі співвідношення (2) можна визначити магнітний потік

$$\Phi = \frac{E_1}{C_1 f_{1н} \alpha} = \frac{U_n}{C_1 f_{1н}} \gamma \frac{\sqrt{(x_2')^2 + (r_2')^2} \frac{1}{\beta^2}}{\sqrt{(b^2 + c^2 \alpha^2) + (d^2 + e^2 \alpha^2) \left(\frac{r_2'}{\beta}\right)^2 + 2 r_1 \alpha \frac{r_2'}{\beta}}}. \quad (3)$$

Зведений струм ротора двигуна також можна отримати зі схеми заміщення

$$I_2' = U_\gamma \frac{1}{\sqrt{(b^2 + c^2 \alpha^2) + (d^2 + e^2 \alpha^2) \left(\frac{r_2'}{\beta}\right)^2 + 2 r_1 \alpha \frac{r_2'}{\beta}}}. \quad (4)$$

Коефіцієнт потужності роторного кола

$$\cos \varphi_2 = \frac{r_2' \frac{1}{\beta}}{\sqrt{(x_2')^2 + (r_2')^2} \frac{1}{\beta}}. \quad (5)$$

Виходячи з отриманих співвідношень (3)-(5), рушійний момент електродвигуна може бути представлений у вигляді

$$\begin{aligned} M_M &= \frac{m U_H^2}{\omega_{IH}} \gamma^2 \frac{1}{(b^2 + c^2 \alpha^2) \frac{\beta}{r_2} + (d^2 + e^2 \alpha^2) r_2' \frac{1}{\beta} + 2 r_1 \alpha} = \\ &= \frac{C_{f_{IH}}^m}{\omega_{IH}} \times \frac{U_H}{C_{f_{IH}}} \gamma \frac{\sqrt{(x_2')^2 + (r_2')^2} \frac{1}{\beta}}{\sqrt{(b^2 + c^2 \alpha^2) + (d^2 + e^2 \alpha^2) \left(\frac{r_2'}{\beta} \right)^2 + 2 r_1 \alpha \frac{r_2'}{\beta}}} \times \\ &\times \frac{r_2' \frac{1}{\beta}}{\sqrt{(x_2')^2 + (r_2')^2} \frac{1}{\beta}} \times \\ &\times U_H \gamma \frac{1}{\sqrt{(b^2 + c^2 \alpha^2) + (d^2 + e^2 \alpha^2) \left(\frac{r_2'}{\beta} \right)^2 + 2 r_1 \alpha \frac{r_2'}{\beta}}}. \quad (6) \end{aligned}$$

Перший множник рівняння (6) є постійним коефіцієнтом K_M , другий – магнітним потоком Φ (3), третій – коефіцієнтом потужності ротора (5), четвертий – струмом ротора двигуна (4). Таким чином, рівняння (3), (4) та (5) у поєднанні з коефіцієнтом K_M дають змогу представити [8] рушійний момент асинхронного електродвигуна в уніфікованій (1) формі запису.

Після переходу до системи безрозмірних одиниць відносний рушійний момент електродвигуна

$$\overline{M} = \frac{M}{M_0} = \frac{K_M \Phi I \cos \varphi_2}{K_M \Phi_0 I_0 \cos \varphi_{20}} = \overline{\Phi I \cos \varphi_2}. \quad (7)$$

Відносний магнітний потік $\bar{\Phi}$, струм \bar{I} та коефіцієнт потужності ротора $\cos \varphi_2$ уніфікованого співвідношення (7) можуть бути представлені, не наводячи проміжних викладок, таким чином.

Відносний магнітний потік

$$\bar{\Phi} = \frac{\Phi}{\Phi_0} = C_{\Phi} \bar{I} \sqrt{\frac{(x_2')^2 + (r_2')^2 \frac{1}{\beta^2}}{(b^2 + c^2 \alpha^2) + (d^2 + e^2 \alpha^2) \left(\frac{r_2'}{\beta}\right)^2 + 2r_1 \alpha \frac{r_2'}{\beta}}}, \quad (8)$$

де $C_{\Phi} = \frac{\sqrt{(b^2 + c^2 \alpha_0^2) + (d^2 + e^2 \alpha_0^2) \left(\frac{r_2'}{\beta_0}\right)^2 + 2r_1 \alpha_0 \frac{r_2'}{\beta_0}}}{(x_2')^2 + (r_2')^2 \frac{1}{\beta_0^2}}$ – постійний коефіцієнт.

Відносний струм двигуна

$$\bar{I} = \frac{I}{I_0} = C_I \bar{I} \frac{1}{\sqrt{(b^2 + c^2 \alpha^2) + (d^2 + e^2 \alpha^2) \left(\frac{r_2'}{\beta}\right)^2 + 2r_1 \alpha \frac{r_2'}{\beta}}}, \quad (9)$$

де $C_I = \frac{\sqrt{(b^2 + c^2 \alpha_0^2) + (d^2 + e^2 \alpha_0^2) \left(\frac{r_2'}{\beta_0}\right)^2 + 2r_1 \alpha_0 \frac{r_2'}{\beta_0}}}{r_2' \frac{1}{\beta_0}}$ – постійний коефіцієнт.

Відносний коефіцієнт потужності

$$\cos \varphi_2 = C_{\varphi} \frac{r_2' \frac{1}{\beta}}{\sqrt{(x_2')^2 + (r_2')^2 \frac{1}{\beta^2}}}, \quad (10)$$

де $C_{\varphi} = \frac{\sqrt{(x_2')^2 + (r_2')^2 \frac{1}{\beta_0^2}} \frac{1}{\beta_0}}{r_2' \frac{1}{\beta_0}}$ – постійний коефіцієнт.

2. Вентильний гребний електродвигун.

Перспективним типом гребного електродвигуна для електроходів є синхронний двигун (СД) із вентильним комутатором. Такі машини, які називають вентильними гребними електродвигунами (ВГЕД), мають усі регульовальні переваги двигунів постійного струму. Крім того, вони істотно надійніші за машини постійного струму, мають кращі масогабаритні показники та значно вищий ККД.

Порівняно з асинхронними гребними електродвигунами, відчутними перевагами вентильних ГЕД є підвищена надійність (завдяки збільшенню повітряного зазору), гнучкі регульовальні характеристики та кращі енергетичні показники.

Високі регульовальні властивості ВГЕД повною мірою виявляються на маневрених режимах роботи суден. Вони сприяють поліпшенню інерційно-гальмівних характеристик та керованості електроходів, підвищуючи тим самим безпеку виконання маневрених операцій. Усе це зумовило підвищений інтерес до застосування ВГЕД на суднах з електроходом.

Під час математичного опису перехідних процесів у вентильних гребних електродвигунах, припускається, що ротор машини оснащений спеціальною демпферною обмоткою, надперехідні індуктивності незначно відрізняються від індуктивностей розсіювання обмоток якоря, випрямлений струм двигуна повністю згладжений і в процесі комутації змінюється лінійно, а коефіцієнт реакції якоря визначається за загальноприйнятою методикою [2].

З урахуванням роботи вентильного ГЕД від імпульсного перетворювача електроенергії його рушійний момент можна представити у вигляді

$$M_M = C_M \Phi_M I_M K_{Inv}, \quad (11)$$

де C_M – постійний коефіцієнт;

Φ_M – результуючий магнітний потік машини;

I_M – струм двигуна;

K_{Inv} – коефіцієнт інвертування.

Результуючий магнітний потік ненасиченого ВГЕД

$$\Phi_M = \alpha_\Phi F_\Sigma,$$

де α_Φ – коефіцієнт пропорційності;

F_Σ – результуюча магніторушійна сила (МРС) двигуна.

Магнітний потік синхронної машини складається з двох потоків – збудження та реакції якоря [2]. Магніторушійну силу реакції якоря F_a можна розрахувати на основі векторних діаграм МРС та магнітних потоків машини (рис. 3).

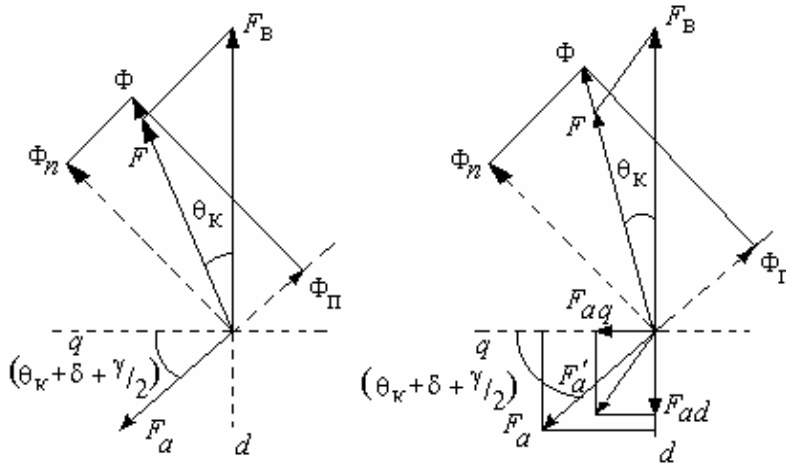


Рис. 3. Векторні діаграми MPC та магнітних потоків ВГЕД

Магніторушійна сила збудження спрямована вздовж поздовжньої осі ротора машини. MPC реакції якоря зсунута відносно поперечної осі q вперед за напрямком обертання на кут

$$\left(\theta_k + \delta + \frac{\gamma}{2} \right),$$

де θ_k – кут зсуву робочого потоку під дією реакції якоря;

δ – кут запасу інвертування;

γ – кут комутації.

MPC реакції якоря за поздовжньою та поперечною осями ротора

$$F_{ad} = k_d F_a \sin\left(\theta_k + \delta + \frac{\gamma}{2} \right);$$

$$F_{aq} = k_q F_a \sin\left(\theta_k + \delta + \frac{\gamma}{2} \right).$$

Результуюча магніторушійна сила

$$F = \sqrt{\left[F_\sigma - k_d F_a \sin\left(\theta_k + \delta + \frac{\gamma}{2} \right) \right]^2 + \left[k_q F_a \cos\left(\theta_k + \delta + \frac{\gamma}{2} \right) \right]^2},$$

де F_σ – MPC збудження;

k_d та k_q – коефіцієнти поздовжньої та поперечної реакцій якоря.

Під час визначення дії реакції якоря можна вважати, що в повітряному зазорі машини діє тільки перша гармоніка реакції якоря, а поле під полюсами має форму, аналогічну полю синхронних машин. За припущення, що випрямлений струм двигуна повністю згладжений і в процесі комутації змінюється лінійно, а кут

комутації γ перебуває в діапазоні [2] $\gamma = 10^\circ \dots 20^\circ$, діюче значення першої гармоніки струму фази можна наближено представити у вигляді

$$I_1 = \frac{2\sqrt{6}}{\pi\gamma} \sin \frac{\gamma}{2} I_M \approx 0,78 I_M .$$

Кут реакції якоря θ_k визначається із векторної діаграми (рис. 3) для неявнополюсного двигуна як

$$\operatorname{tg} \theta_k = \frac{F_a \cos\left(\theta_k + \delta + \frac{\gamma}{2}\right)}{F_\epsilon - F_a \sin\left(\theta_k + \delta + \frac{\gamma}{2}\right)},$$

для явнополюсного двигуна як

$$\operatorname{tg} \theta_k = \frac{F_a \cos\left(\theta_k + \delta + \frac{\gamma}{2}\right)}{F_\epsilon - k_d F_a \sin\left(\theta_k + \delta + \frac{\gamma}{2}\right)} .$$

Наближено цей кут можна визначити відповідно за рівняннями

$$\operatorname{tg} \theta_k \approx \frac{F_a}{F_\epsilon} \quad \text{і} \quad \operatorname{tg} \theta_k \approx \frac{k_q F_a}{F_\epsilon} .$$

Кут запасу інвертування δ розраховується зі співвідношення

$$\cos \delta - \cos(\delta + \gamma) = \frac{2 I_M \omega L_k}{E_m},$$

де $(\delta + \gamma) = \beta$ – кут випередження машинної комутації.

Звідси

$$\delta = \arccos\left(\frac{2 I_M \omega L_k}{E_m} + \cos \beta\right),$$

де L_k – комутаційна індуктивність фази двигуна;

E_m – амплітудне значення лінійної ЕРС.

Струм вентиляного електродвигуна можна розрахувати за співвідношенням

$$I_M = \frac{U_M - c_E \Phi K_{Inv} \omega_M}{1,85 r_{1M}},$$

де U_M – напруга на вході електродвигуна;

c_M – коефіцієнт ЕРС;

r_{1M} – активний опір статора.

Коефіцієнт інвертування K_i визначається як

$$K_i = \frac{3}{\pi} \cos\left(\delta + \frac{\gamma}{2}\right) \cos \frac{\gamma}{2}.$$

За результатом переходу до системи безрозмірних одиниць відносний рушійний момент ВГЕД

$$\overline{M}_M = \overline{\Phi}_M \overline{I}_M K_{Inv}.$$

Відносні величини, що входять до \overline{M}_M , розраховуються наступним чином.

Відносний магнітний потік

$$\overline{\Phi}_M = \sqrt{\frac{\left[F_{e0} - k_d F_a \sin\left(\theta_k + \delta + \frac{\gamma}{2}\right) \right]^2 + \left[k_q F_a \cos\left(\theta_k + \delta + \frac{\gamma}{2}\right) \right]^2}{\left[F_{e0} - k_d F_a \sin\left(\theta_{k0} + \delta_0 + \frac{\gamma_0}{2}\right) \right]^2 + \left[k_q F_{a0} \cos\left(\theta_{k0} + \delta_0 + \frac{\gamma_0}{2}\right) \right]^2}}.$$

Не наводячи проміжних перетворень, запишемо остаточний вираз для відносного магнітного потоку вентильного гребного електродвигуна як

$$\overline{\Phi}_M = \sqrt{\overline{I}_V^2 - C_{M8} \overline{I}_M (\overline{I}_V) \sin \gamma_k + C_{M11} \overline{I}_M^2 (k_d^2 \sin^2 \gamma_k + k_q^2 \cos^2 \gamma_k)}, \quad (12)$$

де \overline{I}_V – струм збудження ВГЕД

$$\frac{d\overline{I}_V}{d\tau} = N_V (\overline{E}_V - \overline{I}_V);$$

$$N_V = \frac{\overline{E}_{V0} L}{L_V \overline{I}_{V0} \nu_0} \text{ – критерії динамічної подібності;}$$

C_{M8} и C_{M11} – узагальнені безрозмірні параметри пропульсивного комплексу електрохода.

Сумарний кут комутації визначається із векторної діаграми (рис. 3) як

$$\gamma_k = \theta_k + \delta + \frac{\gamma}{2}.$$

Кут реакції якоря θ_k , після переведення у безрозмірні одиниці може бути представлений виразом

$$\theta_k = \arctg \frac{k_q F_a}{F_e} = \arctg C_\theta \frac{\overline{I}_M}{\overline{I}_V},$$

де C_θ – узагальнений безрозмірний параметр.

Кут запасу δ або задається за певним законом, або залишається постійною величиною.

Кут комутації γ визначається із співвідношення $\beta = \gamma/2 + \delta$.

Сумарний кут комутації у безрозмірних одиницях

$$\gamma_k = \arctg C_\theta \frac{\overline{I_M}}{I_V} + \frac{\beta_0 \overline{\beta} + \delta_0 \overline{\delta}}{2}.$$

Струм вентиляного гребного електродвигуна у безрозмірних одиницях

$$\overline{I_M} = C_{M12} \overline{U_M} - C_{M13} \overline{\Phi_M} \overline{K_{Inv} \omega_M}, \quad (13)$$

де C_{M12} и C_{M13} – узагальнені безрозмірні параметри комплексу.

Коефіцієнт інвертування

$$\overline{K_{Inv}} = C_{M15} (\cos[\beta_0 \beta] + \cos[\delta_0 \delta]), \quad (14)$$

де $C_{M15} = \frac{3}{2\pi} K_{Inv0}$ – безрозмірний коефіцієнт.

3. Синхронні двигуни.

Принцип роботи синхронних гребних електродвигунів при частотному управлінні відрізняється від принципу роботи інших типів ГЕД. Кутова швидкість обертання ротора СД визначається частотою f_M напруги живлення двигуна, тобто електродвигун працює без ковзання.

Рівняння руху ГЕД

$$J_M \frac{d\omega_M}{dt} = J_M \frac{2\pi \cdot 60}{p_M} \cdot \frac{df_M}{dt}, \quad (15)$$

де p_M – кількість пар полюсів обмотки статора.

Крутний момент ГЕД

$$M_M = M_P + M_{TM} + \frac{2\pi \cdot 60}{p_M} J_M \frac{df_M}{dt}.$$

В універсальній (1) формі представлення крутного моменту гребного електродвигуна після переходу до системи відносних одиниць співвідношення для основних режимних показників роботи синхронного гребного електродвигуна набувають такого вигляду:

рушійний момент

$$\overline{M}_M = \frac{1}{N_M} \frac{d\alpha}{dT} + K_{M1} \overline{M}_P + K_{MT} . \quad (16)$$

Струм двигуна

$$\overline{I}_M = \sqrt{C_{M28} (\overline{I}_{MV})^2 + C_{M29} \left(\frac{\gamma}{\alpha}\right)^2 - C_{M30} \frac{\overline{I}_{MV} \gamma}{\alpha} \cos \theta_M} . \quad (17)$$

Коефіцієнт потужності двигуна

$$\cos \varphi_M = \cos \left[\operatorname{arctg} \frac{C_{M31} \gamma - \alpha \overline{I}_{MV} \cos \theta_M}{\alpha \overline{I}_{MV} \sin \theta_M} \right] . \quad (18)$$

(19) Кут навантаження θ_M визначається за результатами розв'язання рівняння

$$\overline{M}_M = C_{M26} \frac{\overline{E}_{0M} \gamma}{\alpha} \sin \theta_M + C_{M27} \frac{\gamma^2}{\alpha^2} \sin 2\theta_M . \quad (19)$$

ЕРС намагнічування визначається як

$$\overline{E}_{0M} E = \alpha \overline{I}_{MV} .$$

Рівняння процесів у пристрої збудження гребного електродвигуна:

– струм в обмотці збудження електродвигуна

$$\frac{d\overline{I}_{MV}}{dT^0} = N_{MV} \left[\overline{E}_{MV}^0 - \overline{I}_{MV} \right];$$

– ЕРС на виході збудника

$$\overline{E}_{MV} = C_{MV3} \overline{\Phi}_{MV} + C_{MV4} (\overline{I}_{MV});$$

– магнітний потік

$$\frac{d\overline{\Phi}_{MV}}{dT} = N_{MV1} \left[\overline{U}_{MV\Sigma} - \overline{\Phi}_{MV} \right].$$

Розроблена математична модель гребного електродвигуна є універсальною. Вона дає змогу проводити всебічні дослідження перехідних та усталених режимів роботи асинхронних, синхронних та вентильних гребних електродвигунів у складі суднових пропульсивних комплексів під час маневрування. За її допомогою можна

розраховувати поточні значення основних режимних показників двигунів, оцінювати показники якості виконання маневрів та визначати раціональні закони управління двигунами.

Як приклад використання розробленого математичного опису, на рис. 4 наведено результати комп'ютерного моделювання перехідних режимів роботи асинхронного частотно-керованого гребного електродвигуна у складі пропульсивного комплексу електрохода. Розглянуто комбінований маневр: розгін судна ($0 < t \leq 111$ с), реверс гребного електродвигуна з переднього ходу на задній ($111 < t \leq 150$ с), реверс ГЕД із заднього ходу на передній ($150 < t \leq 222$ с). На рисунку зображено поточні значення струму електродвигуна I_M , його рушійного моменту M_M та кутової швидкості обертання ω_M .

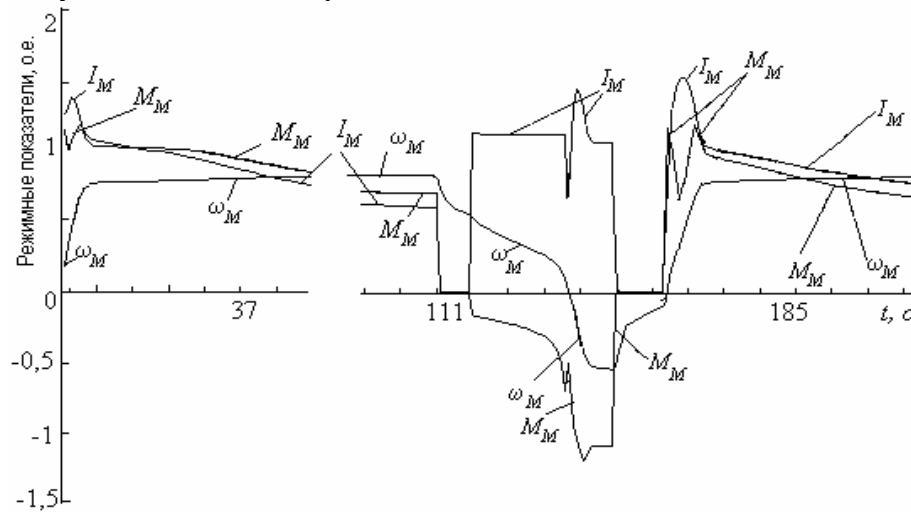


Рис. 3. Поточні значення режимних показників гребного електродвигуна

Результати моделювання наочно підтверджують можливість використання розробленого математичного апарату для досліджень маневрених режимів роботи гребних електродвигунів у складі пропульсивних комплексів електроходів.

Розроблений математичний опис сприяє створенню уніфікованих методів аналізу режимів роботи гребних електродвигунів. Єдиний математичний апарат, єдині показники якості, єдині критерії динамічної подібності та узагальнені безрозмірні параметри комплексу дають змогу проводити порівняльний аналіз поведінки гребних електродвигунів різної конструкції та оцінювати перспективи застосування кожного з них у системах електроруху суден. Це істотно полегшує порівняльний аналіз режимів роботи не лише електродвигунів, а й енергетичних установок електроходів загалом. Використання теорії динамічної подібності дає змогу робити широкі узагальнення результатів досліджень.

Висновки

1. Розроблено узагальнену математичну модель перехідних режимів роботи гребних електродвигунів суден з електрорухом. Відповідно до системного підходу, гребні електродвигуни розглядаються у складі електроенергетичних установок єдиного суднового пропульсивного комплексу. Модель є універсальною та охоплює всі наявні типи гребних електродвигунів.

2. Для уніфікації методів аналізу та надання загальності їхнім результатам виявлено критерії динамічної подібності гребних електродвигунів у складі суднового пропульсивного комплексу. Саме ці критерії визначають показники якості виконання маневрених операцій.

3. Єдиний математичний опис перехідних режимів та єдині критерії оцінювання якості виконання маневрених операцій сприяють пошуку найкращих варіантів конструкторських рішень під час побудови гребних електроенергетичних установок сучасних електроходів.

СПИСОК ЛІТЕРАТУРИ

1. Yarovenko, V.A., Chernikov, P.S., Zaritskaya, E.I., & Schumylo, A.N. (2020). Control of electric ships' propulsion motors when moving on curvilinear trajectory. *Electrical Engineering & Electromechanics*, (5), 58–65. <https://doi.org/10.20998/2074-272X.2020.5.09>.
2. Яровенко В.О. Розрахунок та оптимізація перехідних режимів пропульсивних комплексів електроходів. – Одеса: Маяк, 1999. – 188 с.
3. Yarovenko V.A. Dynamics of propelling electric power plants of electric ships' propulsive complexes. Development of Scientific Schols of Odessa National Maritime University: collective monograph. Riga: Izdevnieciba «Baltija Publishing». 2020. 500 p <https://doi.org/10.30525/978-9934-588-86-0.08>.
4. Schumylo J.M., Yarovenko V.O., Zarinska O.I. Dynamic similarity of electric ships' propulsive complexes. *Transport Development* – Odesa, ONMU, 2022 – № 4(15). P.43-57. DOI <https://doi.org/10.33082/td.2022.4-15.05>.
5. Chernicov H.S., Schumylo J.M., Zarinska O.I. Mathematical model of transient modes of electric ships' propulsion complexes with thrusters. *Transport Development* – Odesa, ONMU, 2022 – № 3(14). P.110-129. DOI <https://doi.org/10.33082/td.2022.3-14.09>.
6. Yarovenko, V.A., & Chernikov, P.S. (2017). A calculation method of transient modes of electric ships' propelling electric plants. *Electrical Engineering & Electromechanics*,(6), P.32-41.<https://doi.org/10.20998/2074-272X.2017.6.05>.

7. Oleksandr Shumylo, Volodymyr Yarovenko, Mykola Malaksiano, Oleksiy Melnyk (2023). Comprehensive Assessment of Hull Geometry Influence of a Modernized Ship on Maneuvering Performance and Propulsion System Parameters, *Scientific Journal of Maritime Research (Pomorstvo)*, Vol 37 (2023) P. 314-325. https://www.pfri.uniri.hr/web/en/dokumenti/pomorstvo/2023/12/13_768-Shumylo.et.al.pdf.
8. Shumylo, O., Yarovenko, V., Malaksiano, M., Melnyk, O., & Iovchev, S. (2025). Methods for assessing electric ships' maneuvering and safety indicators based on the theory of the dynamic similarity. In *Studies in Systems, Decision and Control* (Vol. 580, P. 235–255). Springer. https://doi.org/10.1007/978-3-031-82027-4_15.

REFERENCES

1. Yarovenko V.O., Chernicov H.S., Schumylo J.M., Zarinska O.I. (2022). Mathematical model of transient modes of electric ships' propulsion complexes with thrusters. *Transport Development – Odesa, ONMU, 2022 – №3(14)*. P.110-129. DOI <https://doi.org/10.33082/td.2022.3-14.09>.
2. Yarovenko, V.O. (1999). Calculation and Optimization of Transient Modes of Propulsion Complexes for Electric Ships, Odesa: Mayak, 188 p.
3. Yarovenko V.A. (2020). Dynamics of propelling teletric power plants of electric ships' propulsive complexes Development of Scientific Schols of Odessa National Maritime University: collective monograph. Riga : Izdevnieciba «Baltija Publishing». 2020. 500 p <https://doi.org/10.30525/978-9934-588-86-0.08>.
4. Schumylo J.M., Yarovenko V.O., Zarinska O.I. (2022). Dynamic similarity of electric ships' propulsive complexes. *Transport Development – Odesa, ONMU, 2022 – № 4(15)*. P.43-57. DOI <https://doi.org/10.33082/td.2022.4-15.05> [in Ukrainian].
5. Chernicov H.S., Schumylo J.M., Zarinska O.I. (2022) Mathematical model of transient modes of electric ships' propulsion complexes with thrusters. *Transport Development – Odesa, ONMU, 2022 – №3(14)*. P. 110-129. DOI <https://doi.org/10.33082/td.2022.3-14.09> [in Ukrainian].
6. Yarovenko, V.A., & Chernikov, P.S. (2017). A calculation method of transient modes of electric ships' propelling electric plants. *Electrical Engineering & Electromechanics*, (6), P.32-41.<https://doi.org/10.20998/2074-272X.2017.6.05>
7. Oleksandr Shumylo, Volodymyr Yarovenko, Mykola Malaksiano, Oleksiy Melnyk (2023). Comprehensive Assessment of Hull Geometry Influence of a Modernized Ship on Maneuvering Performance and Propulsion System Parameters, *Scientific Journal of Maritime Research (Pomorstvo)*, Vol 37 (2023) P. 314-325. https://www.pfri.uniri.hr/web/en/dokumenti/pomorstvo/2023/12/13_768-Shumylo.et.al.pdf.

8. Shumylo, O., Yarovenko, V., Malaksiano, M., Melnyk, O., & Iovchev, S. (2025). Methods for assessing electric ships' maneuvering and safety indicators based on the theory of the dynamic similarity. In *Studies in Systems, Decision and Control* (Vol. 580, P. 235–255). Springer. https://doi.org/10.1007/978-3-031-82027-4_15 [in Ukrainian].

Дата надходження статті: 11.03.2026

Дата прийняття статті: 12.03.2026

Дата публікації статті: 02.04.2026